

Des activités à faire avant de lire le cours ou après, pour vérifier si l'on a compris

ACTIVITE 2 : DEMONSTRONS

1. On considère dans cette question la fonction f de l'activité 1 définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$.

a. Nous allons d'abord transformer l'écriture de $f(x)$ pour la mettre sous sa forme dite « **canonique** »

1^{ère} étape : Factoriser par a . On obtient $f(x) = 2(x^2 + 2x - 3)$

2^{ième} étape : Les deux premiers termes de l'expression $x^2 + 2x - 3$ sont les mêmes que ceux de l'identité remarquable $(x + \dots)^2 = x^2 + 2 \times \dots \times x + \dots$

3^{ième} étape : On peut donc écrire $x^2 + 2x - 3 = (x^2 + 2 \times \dots \times x + \dots) - \dots = (x + \dots)^2 - \dots$

4^{ième} étape : la forme canonique de l'expression algébrique de f est donc $f(x) = 2[(x + \dots)^2 - \dots]$
Cette écriture va nous permettre de démontrer toutes nos conjectures de l'activité 1.

b. Nature de la courbe de f : Soit le point $A(-1 ; -8)$.

- Ecrire les formules de changement de repère si on prend A comme origine du nouveau repère :
$$\begin{cases} x = X \dots\dots \\ y = Y \dots\dots \end{cases}$$
- En déduire que l'équation de la courbe de f dans ce nouveau repère est $Y = 2X^2$ et conclure.

c. Sens de variation de f : en utilisant le sens de variation d'une composée de deux fonctions, déterminer le sens de variation de $x \mapsto (x + 1)^2$ et de $x \mapsto (x + 1)^2 - 4$ puis en déduire celui de f .

d. Solutions de l'équation $f(x) = 0$:

en écrivant $f(x) = 2[(x + \dots)^2 - (\dots)^2]$, factoriser $f(x)$ puis résoudre l'équation $f(x) = 0$.

e. Signe de f : utiliser la factorisation précédente pour dresser le tableau de signe de f .

2. On admettra que les méthodes utilisées dans les questions 1b. et 1c. se généralisent aux autres fonctions de l'activité et permettent de démontrer les conjectures formulées. Nous allons donc nous contenter d'étudier pour chaque fonction les problèmes de l'équation et du signe :

- a. Pour chaque fonction, écrire son expression sous sa forme canonique en suivant la méthode indiquée.
- b. Factoriser l'expression ou, lorsque cela est impossible, démontrer que la fonction ne peut s'annuler.
- c. Utiliser la factorisation ou, lorsque cela est impossible, la forme canonique pour dresser le tableau de signe.