

4. Hydrostatique

Objet de l'étude

Fluide : milieu matériel continu, déformable, sans rigidité (لا صلب) et qui peut s'écouler.

Contraire : solide

Hydrostatique : Au repos

Masse volumique

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Densité

$$d_{liq} = \frac{\rho_{fluide}}{\rho_{eau}}; d_{gaz} = \frac{\rho_g}{\rho_{air}}$$

Compressibilité

$$\chi = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$$

Fluide incompressible

$$\rho \sim \text{constant}, \chi = 0$$

eau, huile (*liquides*)

Fluide compressible

$$\rho \text{ varie}, \chi \neq 0$$

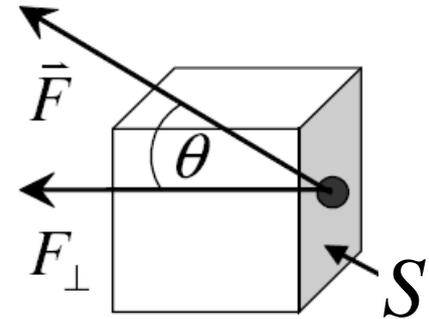
air, gaz,

Pression

Une force F appliquée en un point A de la surface S d'un solide exerce une pression p définie par

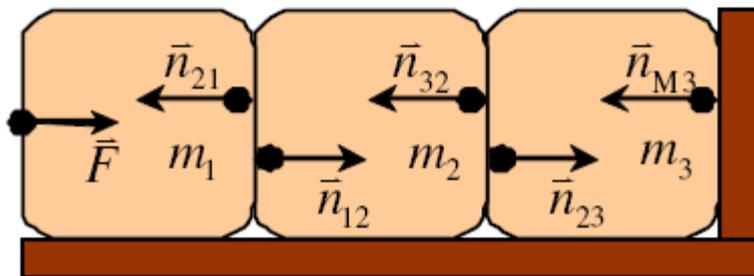
$$p = \frac{F_{\perp}}{S} = \frac{F \cos \theta}{S}$$

Unité SI : Pascal. $1\text{Pa} = 1\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$



Transmission des pressions

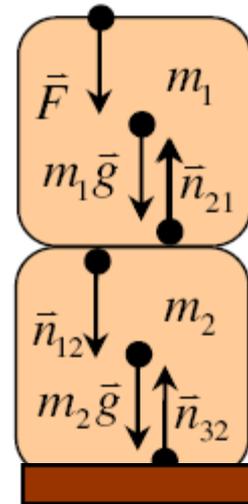
Horizontalement



$$n_{21} = F; n_{12} = n_{21} \rightarrow F = n_{M3}$$

$$P_1 = \frac{F}{S} = P_2 = P_3 = P_4$$

Surfaces de contact égales.
Tous les corps immobiles



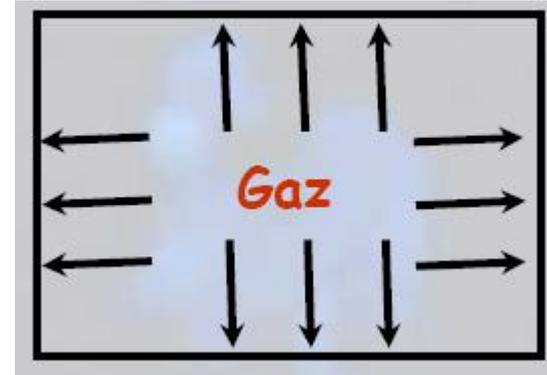
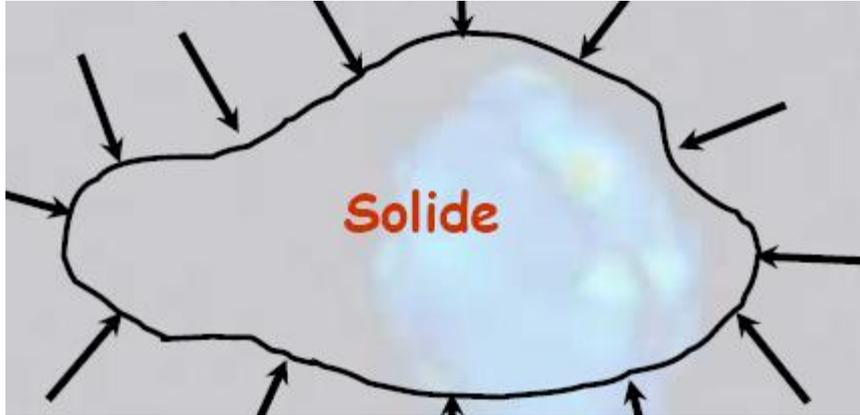
$$P_1 = \frac{F}{S}; n_{21} = F + m_1 g$$

$$P_3 = \frac{F + (m_1 + m_2)g}{S}$$

$$P_3 = P_1 + \frac{Mg}{S}$$

Verticalement

Pression dans un fluide



Tous les fluides (liquides ou gaz) exercent sur toutes les surfaces avec lesquelles ils sont en contact, des forces pressantes perpendiculaires en tout point à ces surfaces.

Pression atmosphérique (due à l'air) :

$$P_a = 10^5 \text{ Pa} = 100 \text{ kPa} = 1 \text{ atmosphère}$$

Force de la pression atmosphérique sur 1cm^2 : $10\text{N} \sim 1\text{kg}$

C'est la force supportée par notre peau

Importance des forces de pression

Force de la pression atmosphérique. Expérience de Magdebourg (1654). Il faut une force de 24 kN de chaque côté pour séparer les deux hémisphères (16 chevaux)

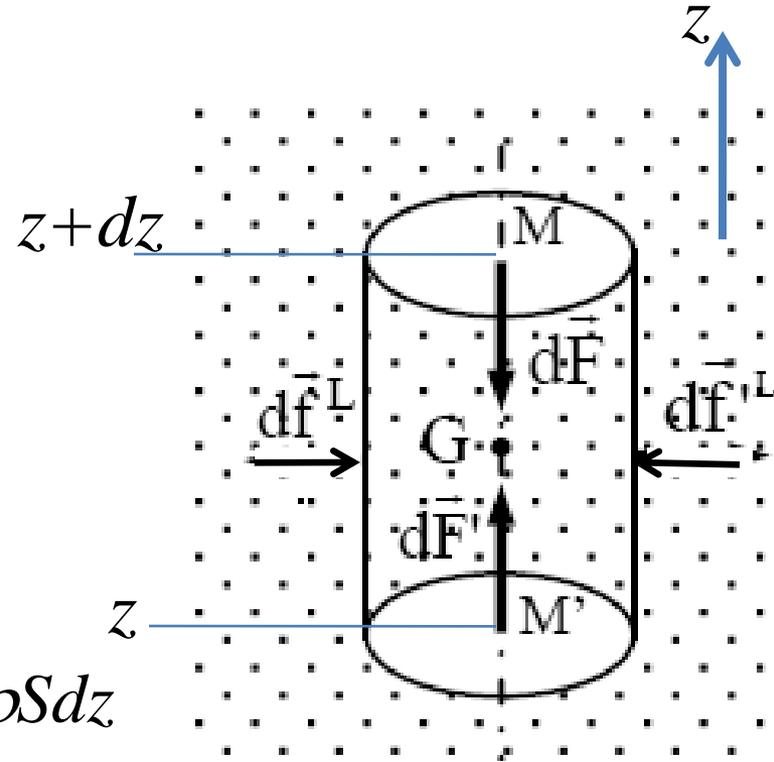


Loi fondamentale de l'hydrostatique

Le liquide est au repos. On isole un cylindre droit et on écrit que la somme des forces est nulle.

Verticalement :

$$d\vec{F}' + d\vec{F} + d\vec{P} = 0 \begin{cases} d\vec{F}' = p(z).S.\vec{u}_z \\ d\vec{F} = -p(z+dz).S.\vec{u}_z \\ d\vec{P} = -dm.g.\vec{u}_z; dm = \rho S dz \end{cases}$$



Horizontalement : $\sum d\vec{f} = 0$ puisque le liquide ne se déplace pas

→ $dp + \rho g dz = 0$

Pour tout fluide

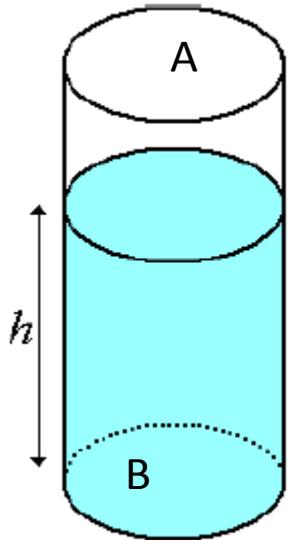
$p + \rho g z = Cte$

Si ρ constant : fluide incompressible, liquide

LFH

Conséquences

Transmission verticale

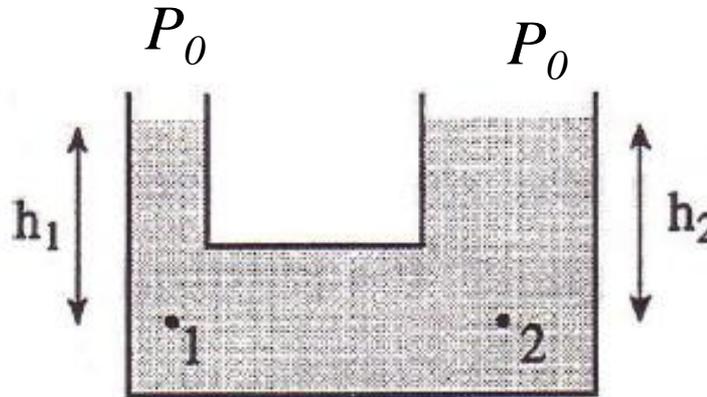


$$P_B = P_A + \frac{Mg}{S}$$

$$= P_A + \rho gh$$

ρ Masse volumique du fluide

Transmission horizontale

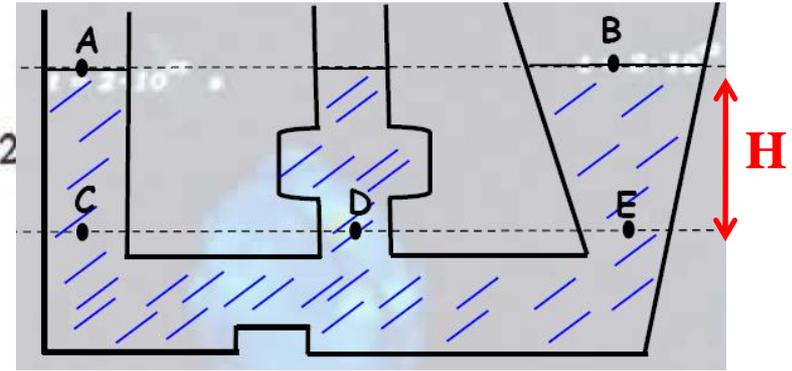


$$P_1 = P_0 + \rho gh_1$$

$$P_2 = P_0 + \rho gh_2$$

$$P_1 = P_2 \rightarrow h_1 = h_2$$

La surface libre d'un liquide au repos est horizontale



La pression ne dépend que de la colonne de liquide et non de la forme du vase

$$P_A = P_B = P_{ext}$$

$$P_C = P_D = P_E = \rho gH$$

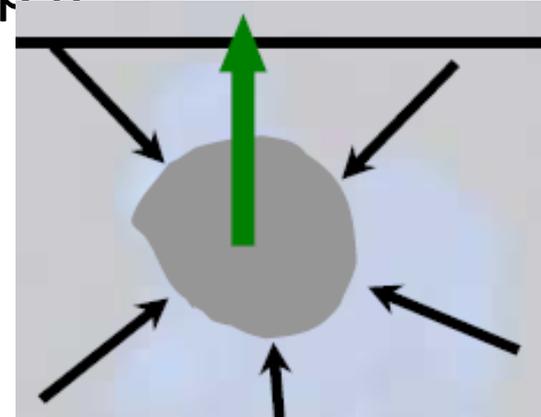
Principe des vases communicants

Conséquences

1. Théorème de Pascal (XVIIème): Dans un fluide incompressible en équilibre, toute variation de pression en un point entraîne la même variation de pression en tout autre point
3. Théorème d'Archimède (-IIIème) : Tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une force (poussée) verticale vers le haut égale au poids du volume de fluide déplacé (volume immergé du corps)

$$F_{Arch} = \rho_{fluide} \cdot V_{imm} g$$

Navigation marine



Pression en altitude (atmosphérique)

Pression atmosphérique : 1 atmosphère = 10⁵ Pascals 100 kPa

On utilise aussi le bar : 1 bar = 1kgf/cm² ~ 10⁵ Pa

En altitude, la pression en atmosphère moyenne diminue très vite selon la formule (internationale), z en m :

$$p(z) = p(0) \left(1 - \frac{az}{T_0} \right)^{\frac{Mg}{aR}}$$

*a : variation de T en °C/mètre
 T_0 = température au sol en °K*

Démonstration

$$PV = nRT \rightarrow P = \rho \frac{RT}{M}$$

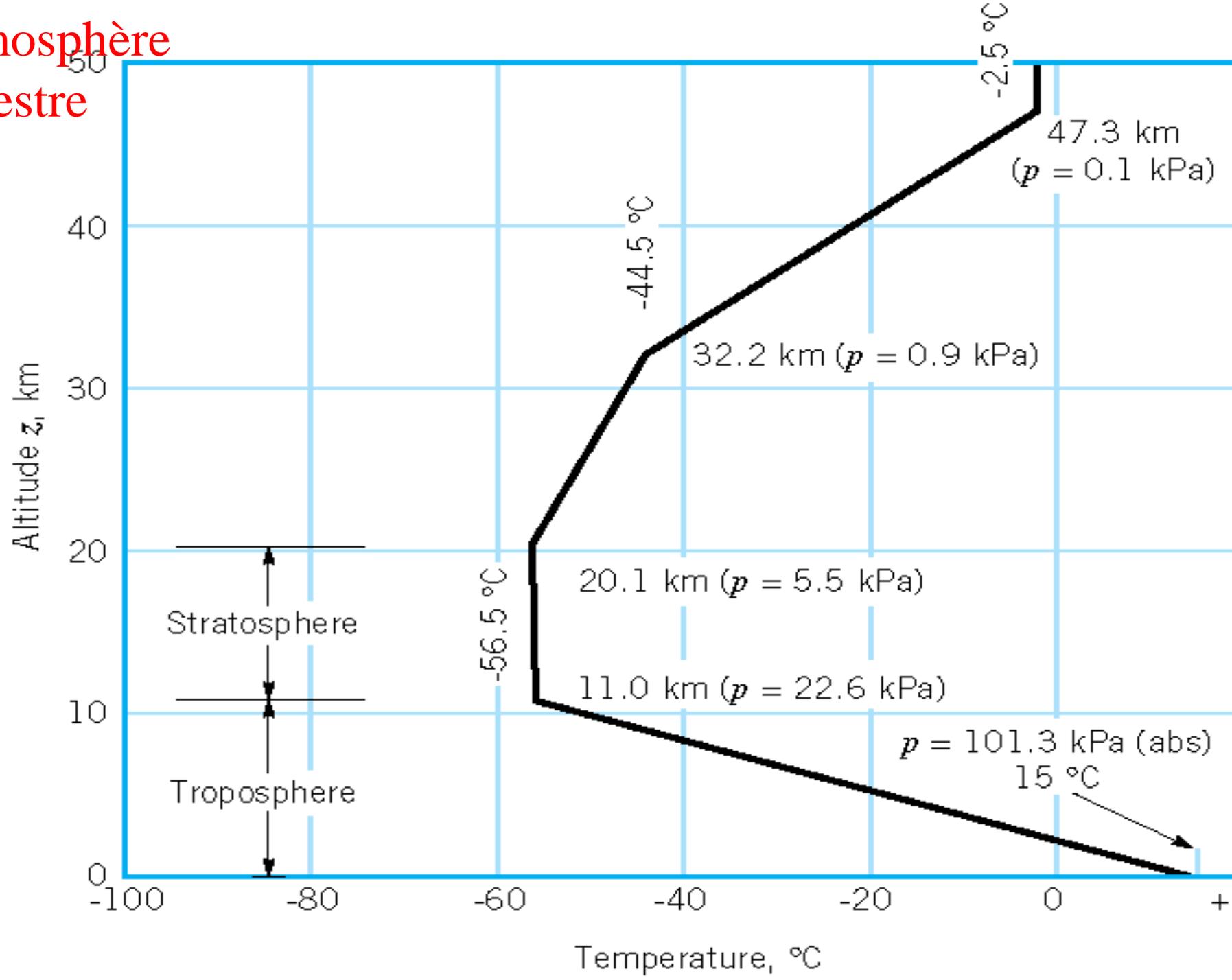
$$T = T_0 - az ; dP = -\rho g dz$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{R} \frac{dz}{T_0 - az}$$

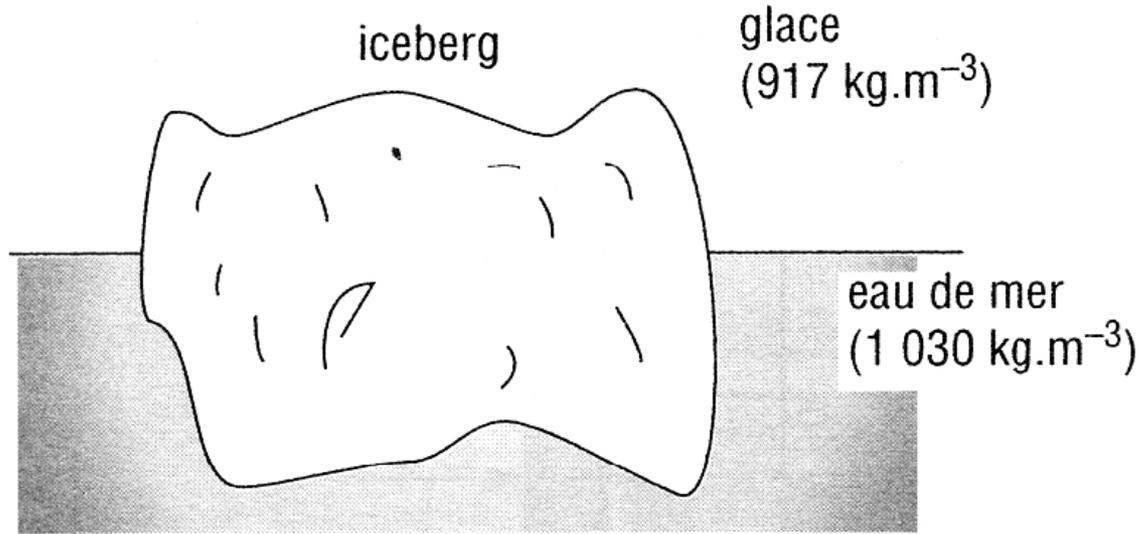
Pressurisation avion, incident Agadir
avril 2015

Atmosphère terrestre

Cours Dany huilier. Compressibilité. P4



Poussée d'Archimède



Rapport entre le volume apparent et le volume immergé ?

$$\rho_c (V_a + V_i) g = \rho_f V_i g \rightarrow V_a = V_i \left(\frac{\rho_f}{\rho_c} - 1 \right) = V_i \left(\frac{1}{d} - 1 \right)$$

$$V_a \geq 0 \text{ si } d < 1 \text{ (le corps flotte)}$$

Application à la mesure des masses volumiques des solides pesants :

Faire plonger le corps suspendu à un ressort de constante k

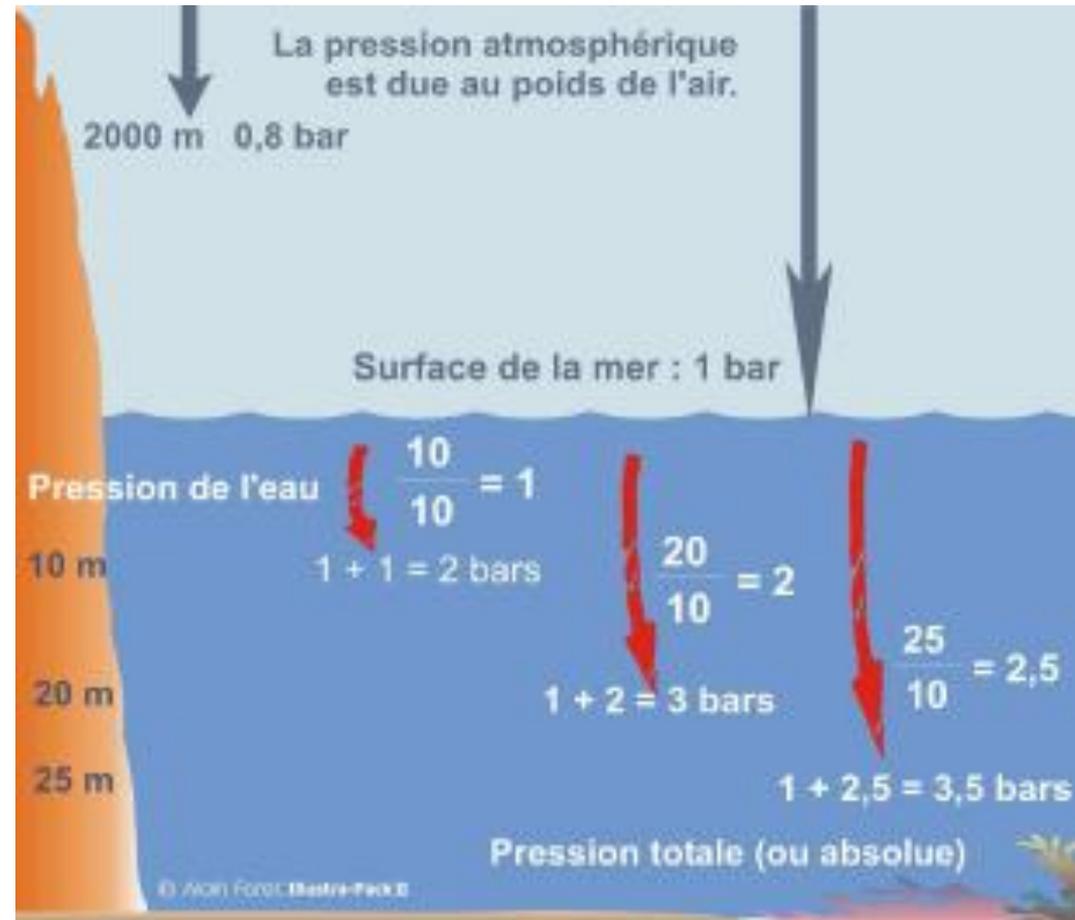
Allongement en fonction de ρ ?

$$\rho_s V g - kx = \rho_{liq} V g$$

Corps humain en plongée sous-marine

La forte pression à des profondeurs de 10 m peut entraîner des dangers pour les tympans de l'oreille. A des pressions relatives de 85 mm Hg, les muscles ne sont pas assez forts pour gonfler la cage thoracique et le plongeur ne peut plus respirer (avec un tuba). Avec la bouteille, le détendeur permet de fournir l'air à la pression de l'eau.

En remontant, le plongeur doit vider ses poumons pour rétablir l'équilibre avec la pression normale.



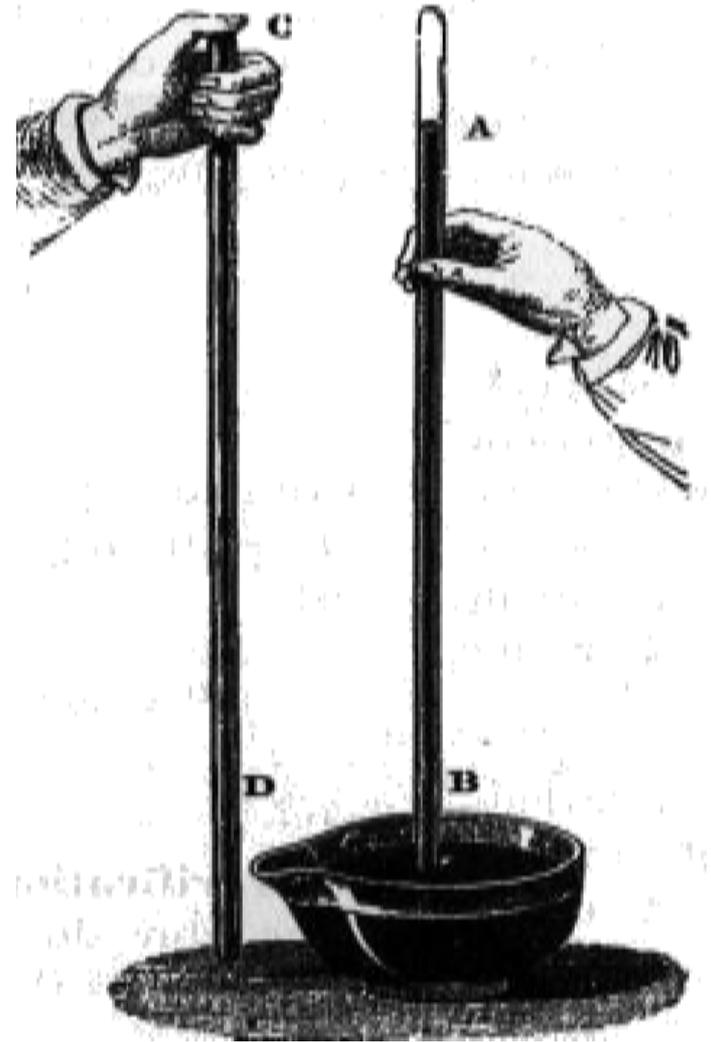
[Consulter le corps humain en plongée \(Web\)](#)

Mesure des pressions

Mesure de la pression atmosphérique
(baromètre de Torricelli, 1640)

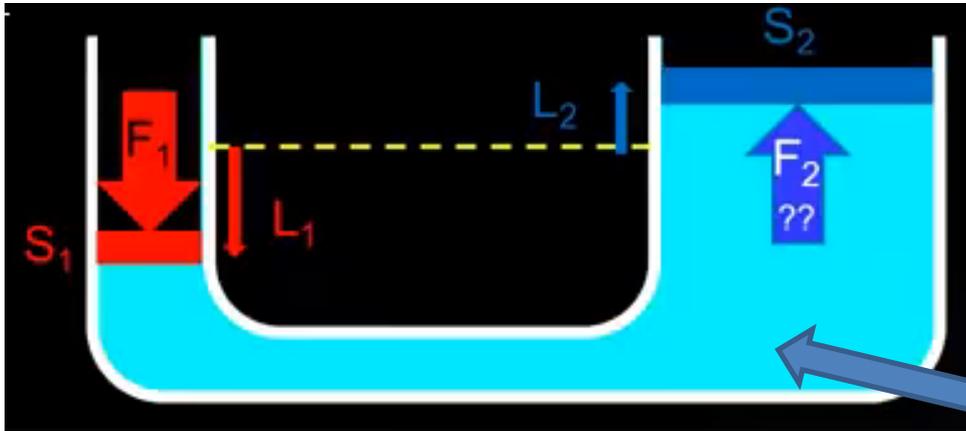
$$P_B = P_A + \rho_{Hg} gh; P_A = 0 \text{ (vide)}$$

La hauteur du mercure mesure
directement la pression
atmosphérique normale
 $h = 76 \text{ cm (Hg)} = 101,3 \text{ kPa}$
 $1 \text{ mm Hg} = 133 \text{ Pa}$



Applications

1. Presse hydraulique



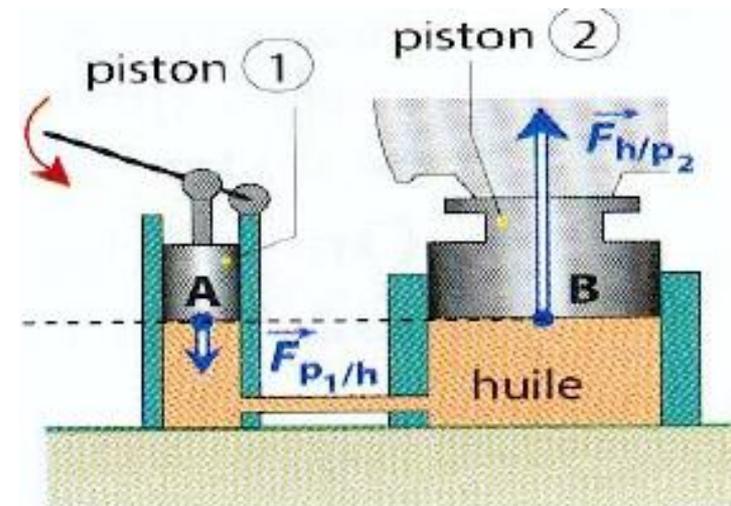
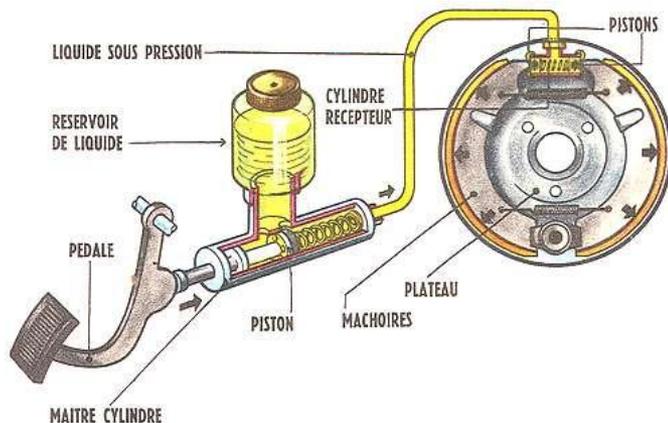
$$\Delta P_1 = \frac{F_1}{S_1} ; \Delta P_2 = \frac{F_2}{S_2} = \Delta P_1$$

$$F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$$

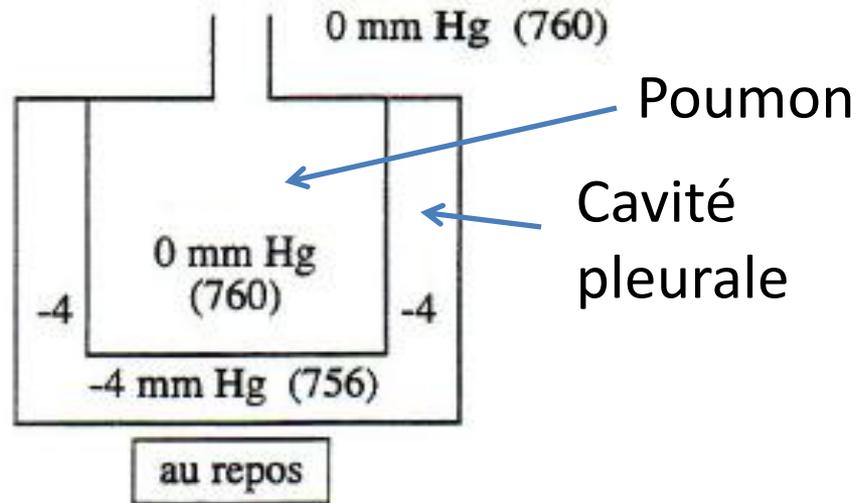
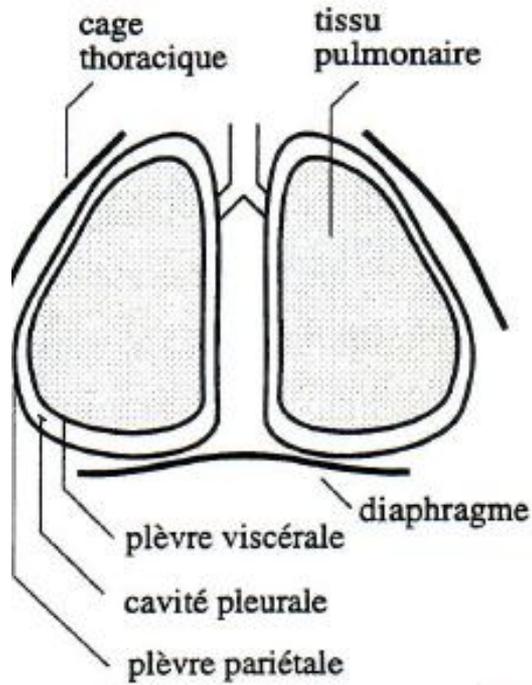
Fluide incompressible.
Volume constant

Conservation du travail : $F_1 L_1 = F_2 L_2$

2. Monte charge, freinage



La respiration



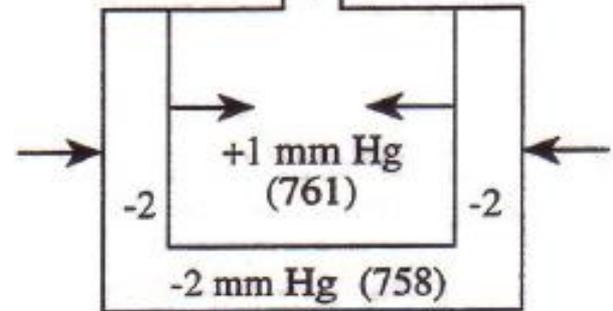
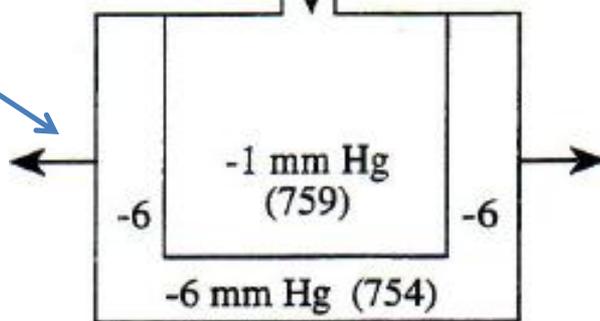
Oxygène

CO₂

0 mm Hg (760)

0 mm Hg (760)

Forces exercées par les muscles du diaphragme



inspiration

expiration

[clip la respiration](#)