Description de la figure dans l'espace muni du repère orthonormé $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$.

ABCDEFGH désigne un cube de côté 1.

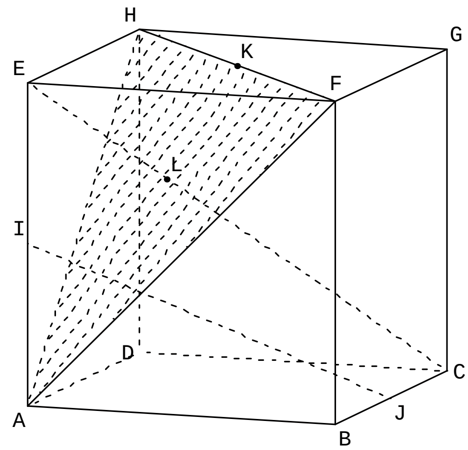
On appel1e **P** le plan (AFH).

Le point I est le milieu du segment [AE],

Le point J est le milieu du segment [BC],

Le point K est le milieu du segment [HF],

Le point L est le point d'intersection de la droite (EC) et du plan.



Ceci est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'*est demandée. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte aucun point.*

1. *a.* Les droites (IJ) et (EC) sont strictement parallèles.

b. Les droites (IJ) et (EC) sont non coplanaires.

c. Les droites (IJ) et (EC) sont sécantes.

d. Les droites (IJ) et (EC) sont confondues.

2. *a.* Le produit scalaire $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BG}$ est égal à 0.

b. Le produit scalaire $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BG}$ est égal à (– 1).

c. Le produit scalaire $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BG}$ est égal à 1.

d. Le produit scalaire $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BG}$ est égal à 2.

3. Dans le repère orthonormé $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$.

a. le plan **P** pour équation cartésienne $x + y + z - 1 = 0$.

b. le plan **P** a pour équation cartésienne $x - y + z = 0$.

c. le plan **P** a pour équation cartésienne $-x + y + z = 0$.

d. le plan **P** a pour équation cartésienne $x + y - z = 0$.

4. *a.* $\overrightarrow{EG}$ est un vecteur normal au plan **P**.

b. $\overrightarrow{EL}$ est un vecteur normal au plan **P**.

c. $\overrightarrow{IJ}$ est un vecteur normal au p1an **P**.

d. $\overrightarrow{DI}$ est un vecteur normal au plan **P**.

5. *a.* $\overrightarrow{AL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AH}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AF}$

b. $\overrightarrow{AL}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AK}$

c. $\overrightarrow{ID}=\frac{1}{2}\overrightarrow{IJ}$.

d. $\overrightarrow{AL}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$

CORRECTION

1. Réponse *b.*

a. Les droites (IJ) et (EC) sont strictement parallèles. FAUX

Dans le triangle AEC, I est le milieu de [AE] donc la parallèle en I à (EC) passe par le milieu de [AC].

b. Les droites (IJ) et (EC) sont non coplanaires. VRAI

Si les (IJ) et (EC) sont coplanaires, A $\in$ (EI) donc A appartient au plan (ECI)

La droite (CJ) appartient au plan (ECI) donc B appartient au plan (ECI) donc les points A, B, C, E sont coplanaires, le cube n'existe pas, ce qui est impossible.

c. Les droites (IJ) et (EC) sont sécantes. FAUX

Les droites (IJ) et (EC) sont non coplanaires donc non sécantes.

d. Les droites (IJ) et (EC) sont confondues. FAUX

Le point I n'appartient pas à (EC) donc les droites (IJ) et (EC) ne sont pas confondues.

2. Réponse *c.*

$\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BG} = (\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}).(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CG}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{CG} \Leftrightarrow \overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BG} = 0+0+0+BF^2 = 1$

3. Réponse *d.*

Dans le repère orthonormé $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$, A a pour coordonnées (0 ; 0 ; 0)

G a pour coordonnées (0 ; 1 ; 1), F a pour coordonnées (1 ; 0 ; 1)

En remplaçant successivement dans les différentes équations proposées :

a. le plan **P** pour équation cartésienne $x + y + z - 1 = 0$, FAUX A n'appartient pas à ce plan

b. le plan **P** a pour équation cartésienne $x - y + z = 0$, FAUX F n'appartient pas à ce plan

c. le plan **P** a pour équation cartésienne $-x + y + z = 0$, FAUX G n'appartient pas à ce plan.

d. le plan **P** a pour équation cartésienne $x + y - z = 0$, VRAI Les trois points A, F, G appartiennent à ce plan.

4. Réponse *b*

Le plan **P** a pour équation cartésienne $x + y - z = 0$ donc un vecteur normal $\vec{n}$ au plan **P** a pour coordonnées (1 ; 1 ; – 1).

a. $\overrightarrow{EG}$ est un vecteur normal au plan **P**. FAUX

$\overrightarrow{EG}$ a pour coordonnées (1 ; 1 ; 0) donc $\overrightarrow{EG}$ et $\vec{n}$ ne sont pas colinéaires.

b. $\overrightarrow{EL}$ est un vecteur normal au plan **P**. VRAI

$\overrightarrow{EC}$ a pour coordonnées (1 ; 1 ; – 1) donc $\overrightarrow{EC} = \vec{n}$

L $\in$ (EC) donc $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{EL}$ sont colinéaires donc $\overrightarrow{EL}$ et $\vec{n}$ sont colinéaires.

c. $\overrightarrow{IJ}$ est un vecteur normal au p1an **P**. FAUX

$\overrightarrow{IJ}$ a pour coordonnées (1 ; 0,5 ; – 0,5) donc $\overrightarrow{IJ}$ et $\vec{n}$ ne sont pas colinéaires.

d. $\overrightarrow{DI}$ est un vecteur normal au plan **P**. FAUX

$\overrightarrow{DI}$ a pour coordonnées (0 ; – 1 ; 0,5) donc $\overrightarrow{DI}$ et $\vec{n}$ ne sont pas colinéaires.

5. Réponse *d.*

Cherchons les coordonnées de L

Un vecteur directeur de (EC) est $\overrightarrow{EC}$ de coordonnées (1 ; 1 ; – 1).

La droite (EC) est l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{EM} = t\,\overrightarrow{EC}$ ($t \in \mathbb{R}$).

Une représentation paramétrique de la droite (EC) est : $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -t+1 \end{cases}$ (($t \in \mathbb{R}$).

Le plan **P** a pour équation cartésienne $x + y - z = 0$.

L est le point d'intersection de la droite (EC) et du plan **P** donc L a pour coordonnées (t ; t ; $-t + 1$)

L $\in$ P, donc $x_L + y_L - z_L = 0$ soit $3t - 1 = 0$ donc $t = \frac{1}{3}$

L a pour coordonnées $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$ donc $\overrightarrow{AL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$

a. $\overrightarrow{AL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AH} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AF}$ FAUX

Démonstration sans utiliser les coordonnées de L : $\frac{1}{2}\overrightarrow{AH} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KH}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KF})$

K est le milieu de [HF] donc $\frac{1}{2}\overrightarrow{AH} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AK} \neq \overrightarrow{AL}$

c. $\overrightarrow{ID} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IJ}$ FAUX

Démonstration sans utiliser les coordonnées de L : les points I, D, J ne sont pas alignés