

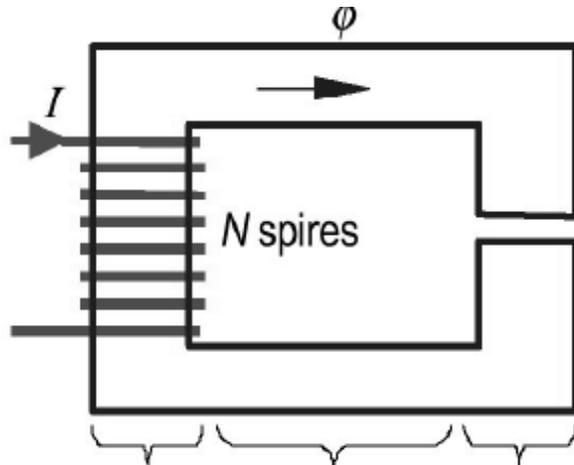
# Actionneurs électriques

## 2. Circuits magnétiques

Master Spécialisé 1  
Mécatronique  
Faculté des Sciences de Tétouan

*Jaouad Diouri*

# Circuits magnétiques



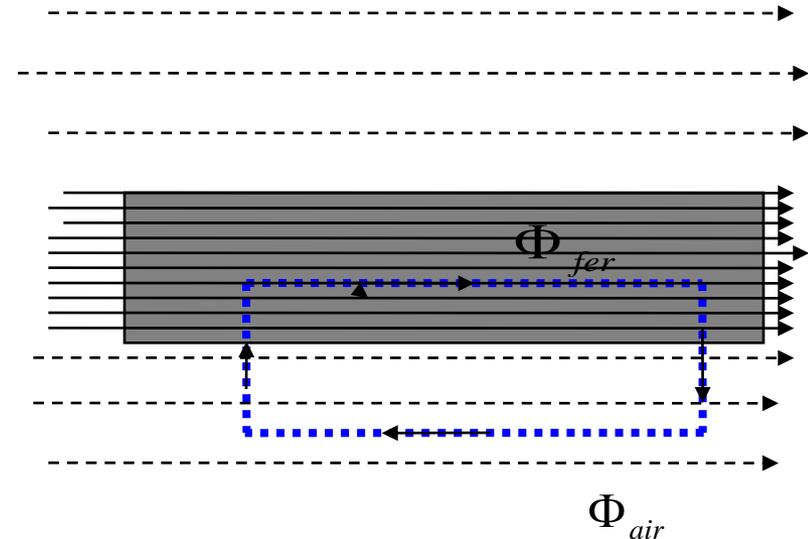
création de  $H$     Canalisation    Utilisation (entrefer)

En appliquant le théorème d'Ampère sur un contour passant par le matériau et dans l'air :

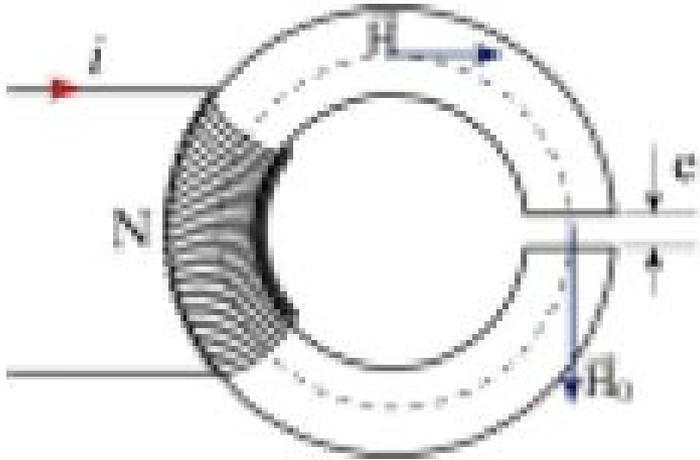
$$\Phi_{air} = \frac{\Phi_{fer}}{\mu_r}$$

**En présence d'un matériau ferromagnétique : Les lignes d'induction se déforment, elles sont « aspirées » par le fer.**

**Un ferro est un bon conducteur du flux. Il se comporte comme un tube de champ**



# Exemple



En appliquant le théorème d'Ampère

$$H_f (L-e) + eH_e = NI$$

$$B_e \cong B_f = \frac{\mu_0 NI}{\frac{L-e}{\mu_r} + e}$$

Si on néglige le flux de fuite (forte perméabilité et  $e \ll L$ ), le champ d'induction est presque le même dans le matériau et dans l'entrefer (conservation du flux), le champ d'excitation est alors presque exclusivement localisé dans l'entrefer :

$$H_e = \mu_r H_{fer}$$

Toute l'énergie magnétique est localisée dans l'entrefer :

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0} \gg \frac{B^2}{2\mu}$$

# Réductance

$$NI = \int \frac{\vec{B}_M}{c \mu_M} \cdot d\vec{l} = \int \frac{B_M}{c \mu_M} dl = \int \frac{\Phi dl}{c \mu_M S_M} \text{ soit } NI = \Phi \int \frac{dl}{c \mu_M S_M}$$

(On suppose B et dl colinéaires)

On définit la réductance  $\mathfrak{R}$  :

$$\mathfrak{R} = \int \frac{dl}{c \mu_M S_M}$$

Ainsi, un barreau de longueur L, de section S et perméabilité  $\mu$  aura une réductance  $\mathfrak{R}$  :

$$\mathfrak{R} = \frac{L}{\mu S}$$

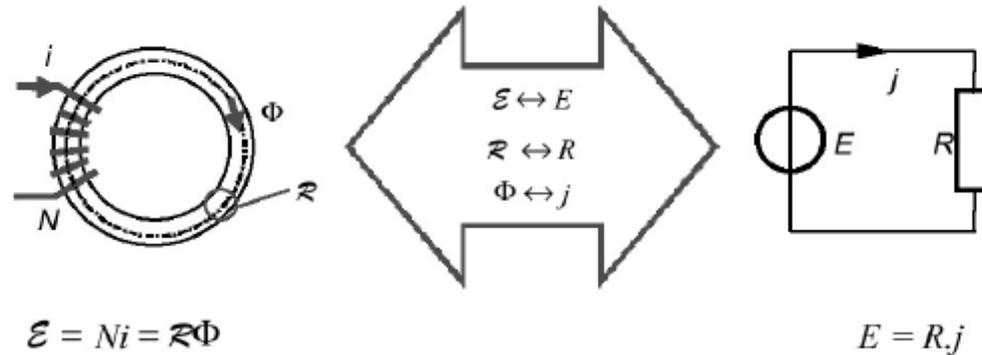
La réductance dépend de la géométrie du circuit magnétique. Elle peut varier avec l'intensité du champ par l'intermédiaire de  $\mu_r$ .

Loi de Hopkinson

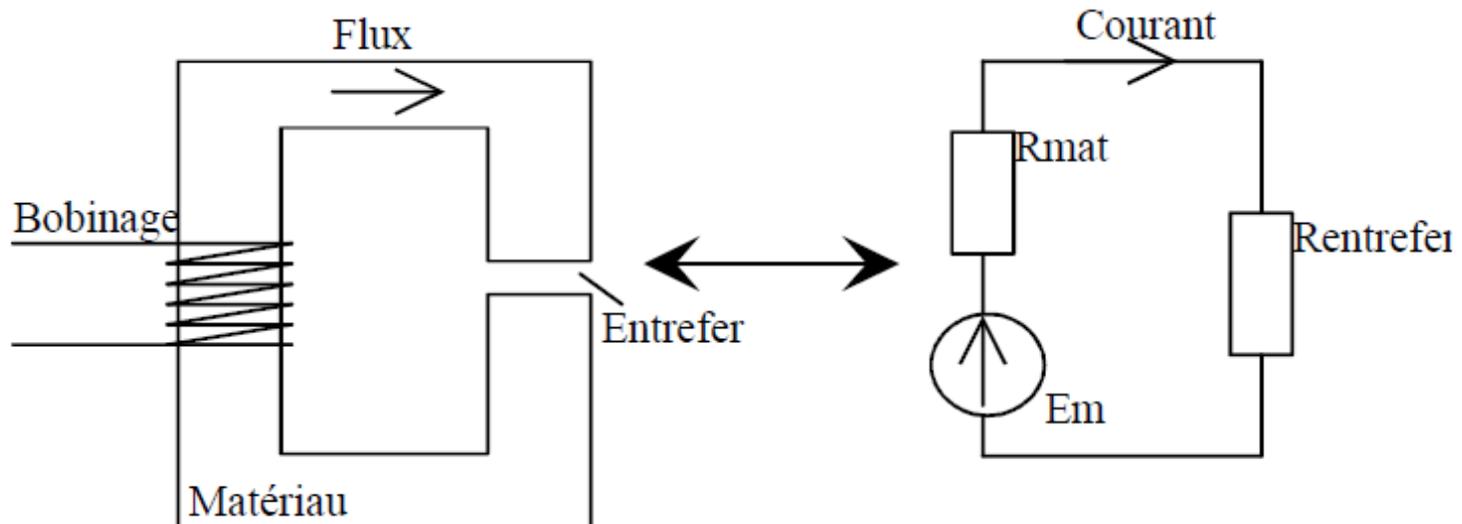
$$\xi = NI = \mathfrak{R}\Phi$$

$\mathfrak{R}$  représente la résistance au passage du flux à travers la matière :  
grande perméabilité, faible résistance

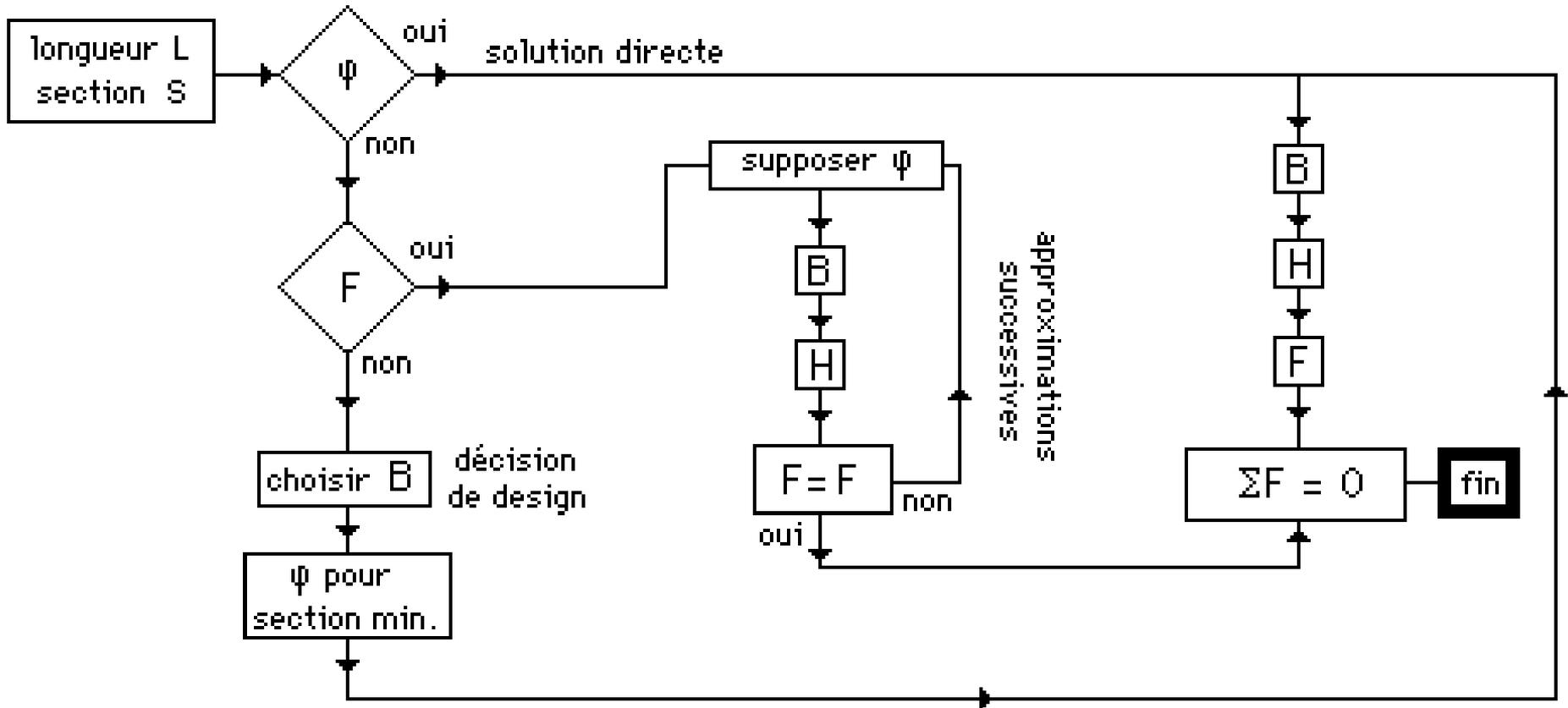
# Analogie avec le circuit électrique



$$U = RI \Leftrightarrow \xi = \mathcal{R}\Phi$$



# Calcul d'un circuit magnétique



# Aimants

**Matériaux durs** : cycle large,  
Nouvelles évolutions :  
NdFeB (Néodyme Fer Bore)

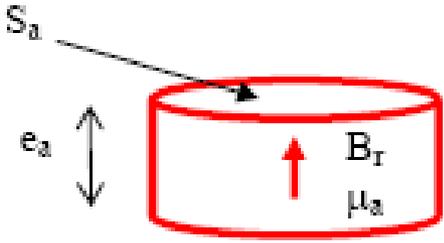
**Modélisation linéaire:**

$$\frac{B_a}{B_r} - \frac{H_a}{H_c} = 1$$

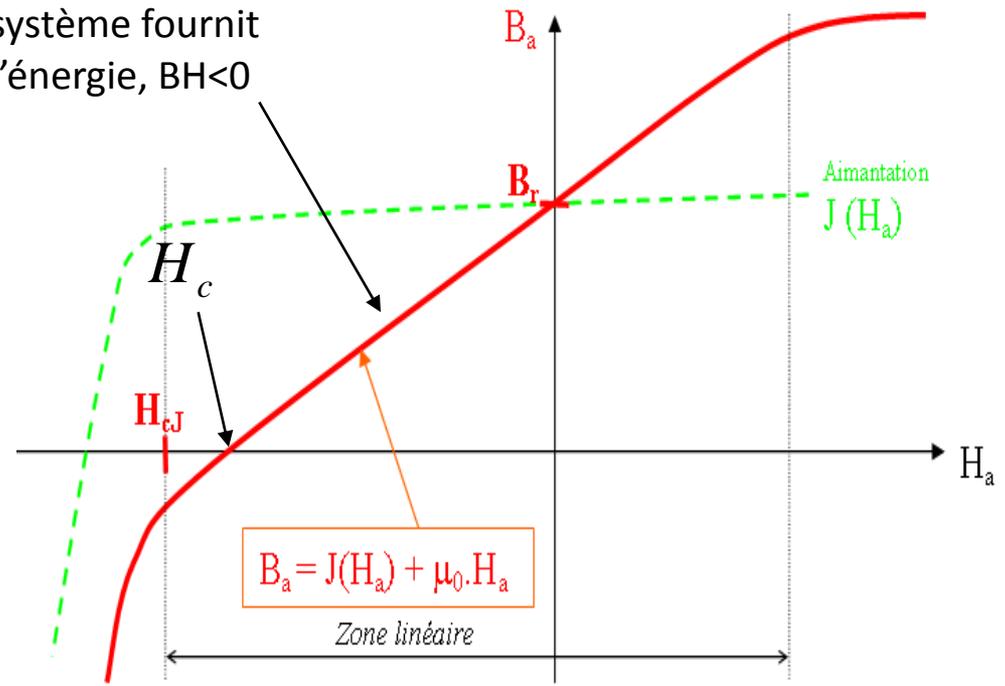
$$B_a = J + \mu_0 H_a = \mu_0 M + \mu_0 H_a$$

d'où :  $\mu_0 M = B_r = Cte$

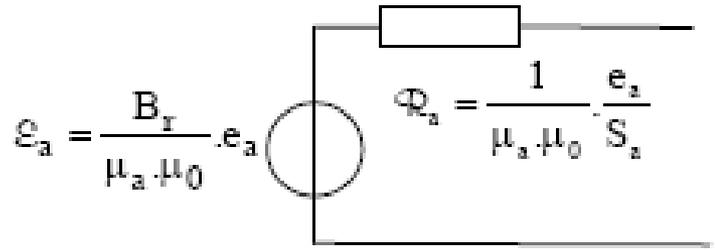
**Schéma équivalent**



Zone utile, le système fournit l'énergie,  $BH < 0$

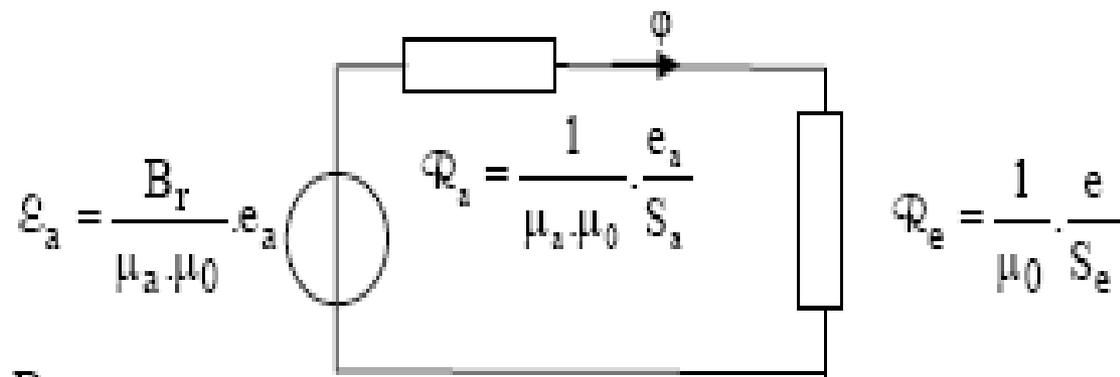
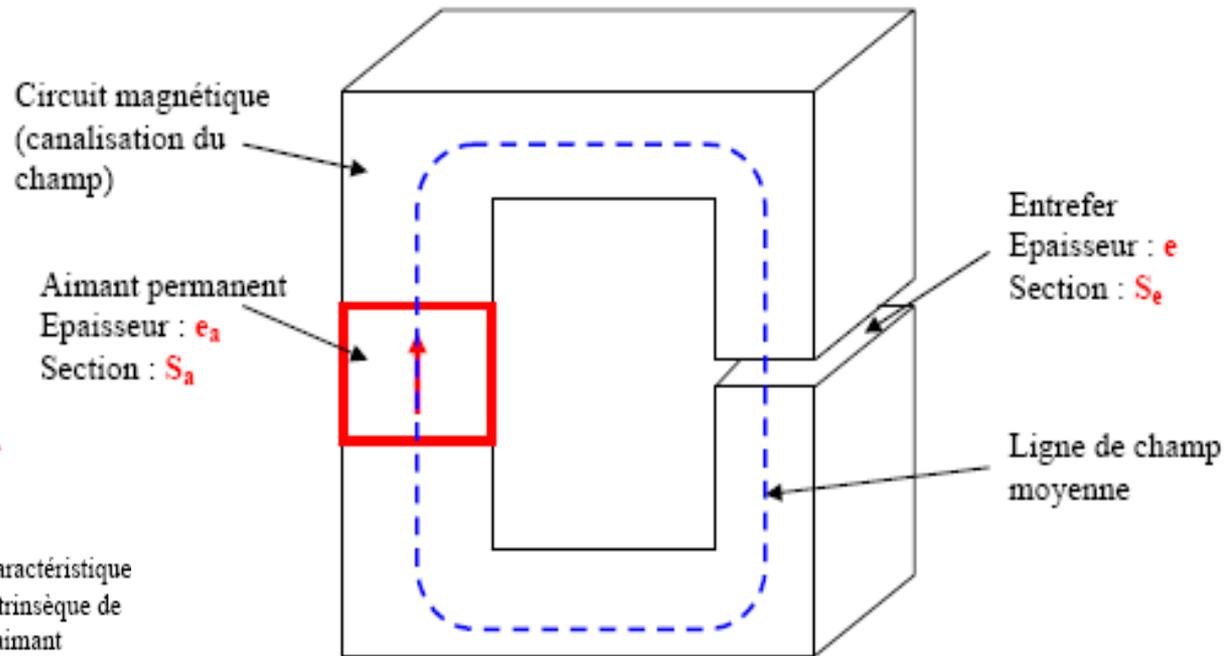
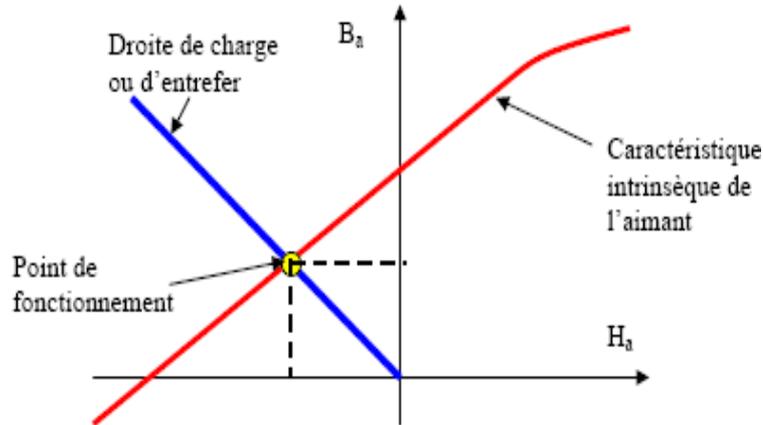


$$B_a = B_r + \mu_0 H_a = J(H_a) + \mu_0 H_a$$



# Aimant dans un circuit magnétique

## Point de fonctionnement



$$\mathcal{E}_a = \frac{B_r}{\mu_a \cdot \mu_0} \cdot e_a$$

$$\mathcal{R}_a = \frac{1}{\mu_a \cdot \mu_0} \cdot \frac{e_a}{S_a}$$

$$\mathcal{R}_e = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{e}{S_e}$$

# Calcul du point de fonctionnement

- Équation de la partie linéaire : 
$$B_a = B_r \left(1 + \frac{H_a}{H_c}\right) = B_r + \mu_0 H_a$$
- Conservation du flux et Ampère ( $H_{\text{fer}}=0$ , pas de courant et cycle étroit) 
$$eH_e + e_a H_a + H_f e_f = 0 ; B_a S_a = B_e S_e = \mu_0 H_e S_e$$
  

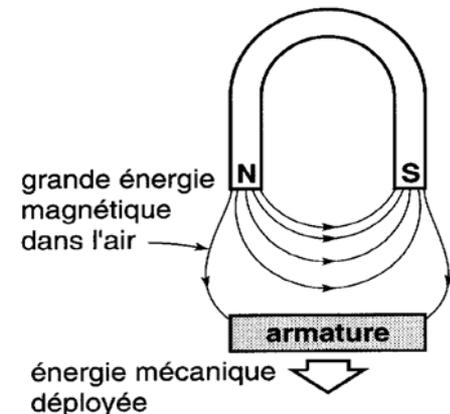
$$B_a = -\mu_0 H_a \frac{e_a}{e} \frac{S_e}{S_a}$$
- En éliminant  $H_a$  
$$B_a = \frac{B_r}{1 + \mu_a \frac{e}{e_a} \frac{S_a}{S_e}} = B_e \frac{S_e}{S_a}$$

Énergie stockée dans l'entrefer :

$$W(\text{Joules}) = \frac{B.H}{2\mu_0} \approx \frac{B^2}{2\mu_0} V \approx 4.10^5 B^2(\text{Tesla})V(m^3).$$

Force sur une armature mobile (force portante):

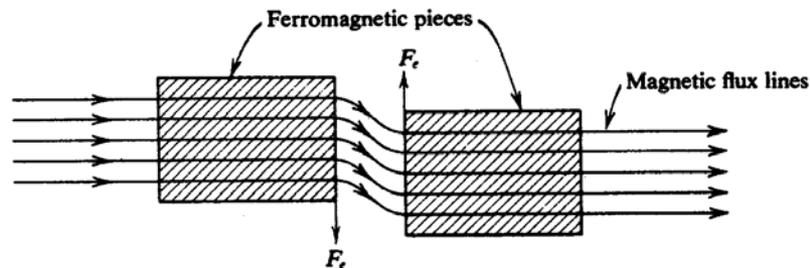
$$F(N) = \frac{dW}{dx} \approx 4.10^5 B^2(\text{Tesla})S(m^2)$$



(Wildi, p194)

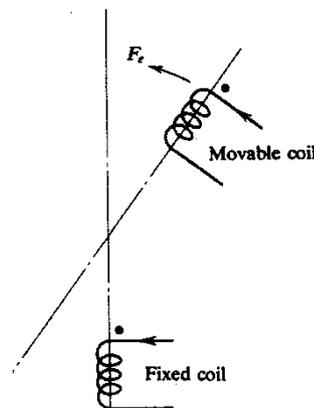
# Exemple : systèmes à réluctance variable

*L'aimant crée un flux, qui dépend de la réluctance du circuit. Si le circuit contient des pièces mobiles, le mouvement se fait dans le sens qui réduit la réluctance du circuit : aligner les lignes de champ, minimiser la réluctance.*

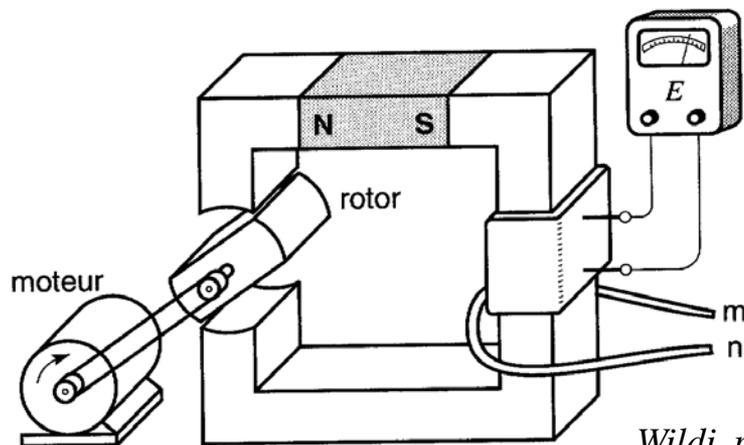
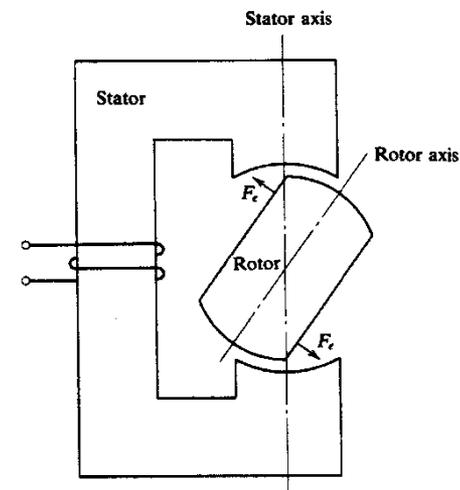


$$\mathfrak{R} = \frac{e}{\mu_0 S}$$

$$\varphi = \frac{F_a}{\mathfrak{R}}$$



$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}}$$



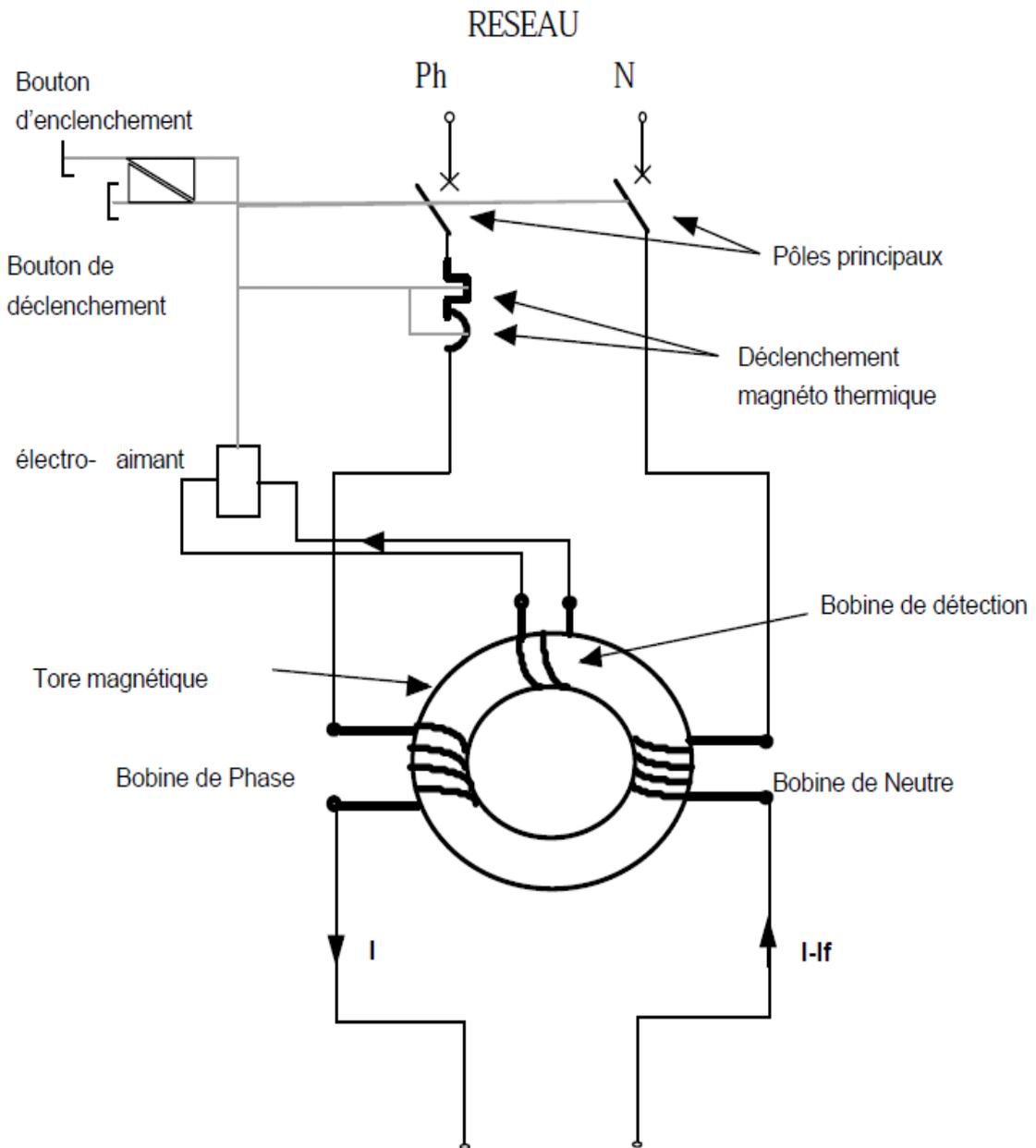
Wildi, p 223

*Electric Machines and Electromechanics,  
Shaum, p47*

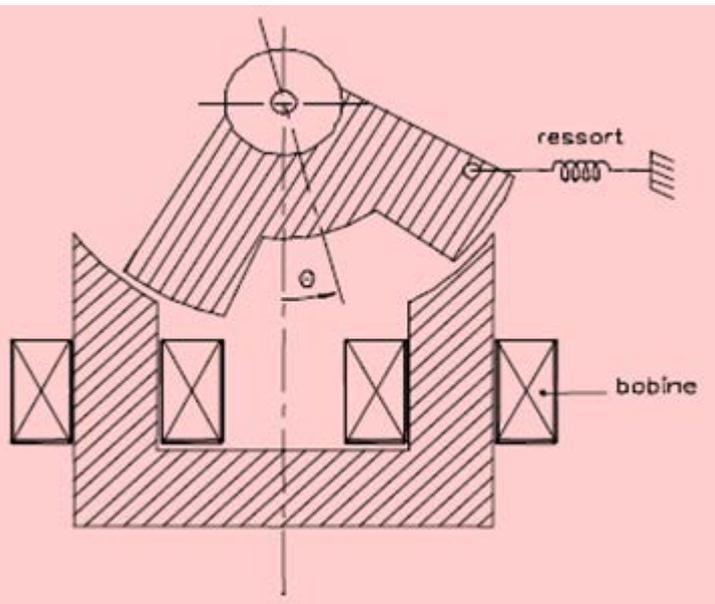
# Exemple : Disjoncteur différentiel

Lorsque les courant dans le neutre et dans la phase sont égaux, les 2 bobines sont parcourues par le même courant et leurs champs se compensent.

Lorsqu'il y a un défaut ( $I_f$  non nul), la bobine de détection est excitée, l'électroaimant est alimenté et son plongeur déclenche le bouton

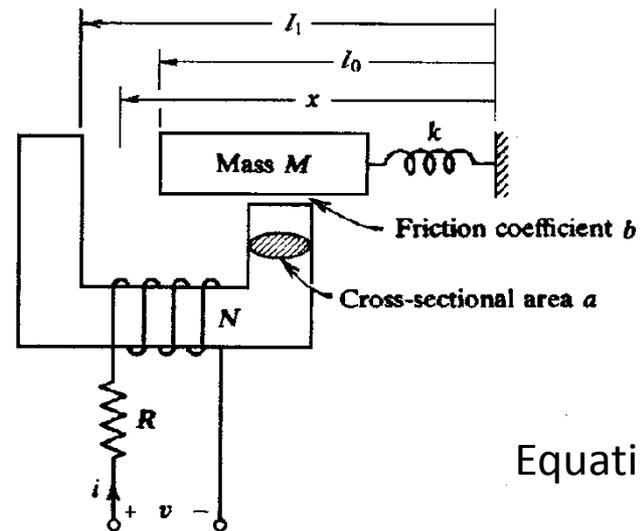
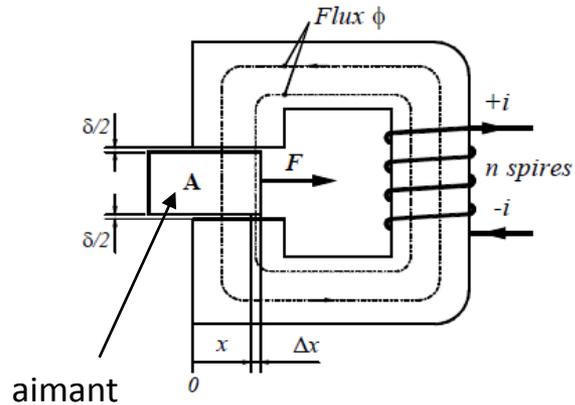


# Exemples et exercices



Moteur réluctant oscillant, pour rasoirs électriques

Réf. ELEC.H Buyse, UCLouvain

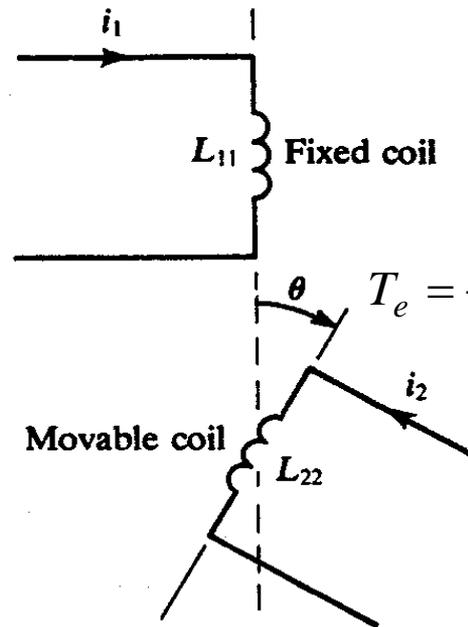


Equations ?

*Electric Machines and Electromechanics, Shaum, p50*

# Exercice d'application

Two mutually coupled coils are shown in Fig. 3-8. The inductances of the coils are:  $L_{11} = A$ ,  $L_{22} = B$ , and  $L_{12} = L_{21} = C \cos \theta$ . Find the electrical torque for (a)  $i_1 = I_0$ ,  $i_2 = 0$ ; (b)  $i_1 = i_2 = I_0$ ; (c)  $i_1 = I_m \sin \omega t$ ,  $i_2 = I_0$ ; (d)  $i_1 = i_2 = I_m \sin \omega t$ ; and (e) coil 1 short-circuited and  $i_2 = I_0$ .



Remarque : Le couple est donné par

$$T_e = \frac{\partial W_m}{\partial \theta} ; W_m = \frac{1}{2} \sum L_{ij} I_i I_j ; (i, j) = (1, 2)$$

Fig. 3-8

Réf. *Electric Machines and Electromechanics*, Shaum, p57

Réponses

a)  $T_e = 0$  ; b)  $T_e = -CI_0^2 \sin \theta$  ; c)  $T_e = -CI_0 I_m \sin \omega t \sin \theta$  ; d)  $T_e = -CI_m^2 \sin^2 \omega t \sin \theta$  ; e)  $T_e = \frac{I_0^2}{A} C^2 \cos \theta \sin \theta$