

Un skieur doit traverser un glacier en suivant une piste de longueur 1 km.

La probabilité qu'il rencontre une crevasse sur son trajet est  $p$ .

Si cette crevasse existe, sa répartition sur le chemin suit une loi uniforme sur  $[0 ; 1]$

A la distance  $d$  du point de départ ( $0 < d < 1$ ) se trouve un refuge, où le skieur peut se reposer un instant.

On note  $C$ , l'événement: " la crevasse existe effectivement sur le chemin parcouru par le skieur "

$A$  : " il existe une crevasse entre le départ et le refuge "

$B$  : " il existe une crevasse entre le refuge et l'arrivée "

1. Interpréter les probabilités:  $P_C(A)$  et  $P_C(B)$  puis exprimer ces probabilités en fonction de  $d$ .
2. Construire un arbre des probabilités faisant intervenir  $C$ ,  $\bar{C}$ ,  $A$  et  $B$ . Calculer  $P(A)$  et  $P(B)$  en fonction de  $p$  et  $d$ .
3. Sachant que le skieur est parvenu sans encombre au refuge, quelle est la probabilité qu'il rencontre la crevasse sur la suite du parcours ? Combien vaut cette probabilité si  $p = 1$  ? Interpréter le résultat.

### CORRECTION

1.  $P_C(A)$  est la probabilité de l'événement : « sachant qu'il existe une crevasse sur le trajet, le skieur la rencontre entre le départ et le refuge ».

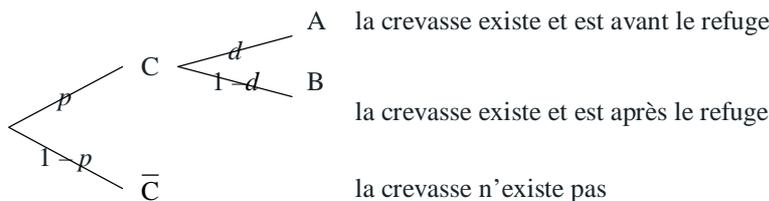
$P_C(B)$  est la probabilité de l'événement : « sachant qu'il existe une crevasse sur le trajet, le skieur la rencontre entre refuge et l'arrivée ».

$$P_C(A) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = P(0 \leq X \leq d) = d$$

$$P_C(B) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = 1 - d$$

2.  $P(A) = p d$  et

$P(B) = p (1 - d)$



3. Si le skieur est parvenu sans encombre au refuge,

- soit la crevasse existe et est après le refuge
- soit la crevasse n'existe pas

L'événement « le skieur est parvenu sans encombre au refuge » est l'événement contraire de « il existe une crevasse entre le départ et le refuge »

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{P(C \cap B)}{P(A)} = \frac{p(1-d)}{1-pd}$$

Si  $p = 1$ ,  $P_{\bar{A}}(B) = 1$

La crevasse existe ( $p = 1$ ).  $P_{\bar{A}}(B) = 1$  donc sachant que le skieur est parvenu sans encombre au refuge, il est certain que le skieur rencontre la crevasse sur la suite du parcours.