

Guadeloupe-Guyane-Martinique juin 98

Un jeu de dominos est fabriqué avec les sept couleurs : violet, indigo, bleu, vert, jaune, orange, rouge.

Un domino se compose de deux cases portant chacune l'une des sept couleurs.

Chaque couleur peut figurer deux fois sur le même domino : c'est un double.

1 : Montrer que le jeu comporte 28 dominos différents.

Les 28 dominos, indiscernables au toucher, sont mis dans un sac.

2 : On tire simultanément trois dominos du sac.

Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux doubles parmi ces trois dominos?

3 : Dans cette question, on tire un seul domino. Calculer la probabilité des événements suivants :

a : J_2 : " Le jaune figure deux fois "

b : J_1 : " Le jaune figure une seule fois "

c : J : " Le jaune figure au moins une fois "

4 : On effectue n tirages successifs d'un domino, en notant à chaque tirage la ou les couleurs obtenues avant de remettre dans le sac le dominé tiré et de procéder au tirage suivant ; les tirages sont indépendants.

a : Calculer, en fonction de n , la probabilité p_n que J soit réalisé au moins une fois.

b : Calculer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle p_n soit supérieur ou égal à 0,99 .

CORRECTION

1 : Il y a 7 couleurs donc, comme un domino a deux cases, il y a $C(7, 2) = 21$ façons de former un domino avec deux couleurs différentes. De plus, il y a 7 dominos dont les deux cases portent la même couleur.

Au total, il y a bien 28 dominos différents.

2 : L'univers est l'ensemble des tirages simultanés de trois dominos parmi 28.

Son cardinal est donc : $C(28 ; 3) = 3\ 276$.

Obtenir exactement deux doubles parmi les trois dominos revient à choisir 2 dominos parmi les 7 doubles et 1 dominos parmi les 21 qui ne sont pas des doubles.

Le nombre de choix possibles est donc :

$$C(7 ; 2) + C(21 ; 1) = 21 + 21 = 42.$$

La probabilité demandée est donc : $\frac{41}{3\ 276}$.

3 : a : Il y a un seul domino portant 2 fois la couleur jaune donc $p(J_2) = \frac{1}{28}$.

b : Il y a 6 domino portant exactement une fois la couleur jaune donc $p(J_1) = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$.

c : Il y a donc 7 dominos portant au moins une fois la couleur jaune donc $p(J) = \frac{7}{28} = 0,25$.

4 : Comme les tirages sont indépendants et qu'à chaque tirage, la probabilité de J est $p = 0,25$,

le nombre de fois X que J se réalise en n tirages suit une loi binomiale $B(n ; p = 0,25)$.

La probabilité que J ne se réalise pas en n tirages est $(0,75)^n$.

Donc la probabilité que J se réalise au moins une fois est : $p_n = 1 - (0,75)^n$.

$$p_n \geq 0,99 \Leftrightarrow n \geq \frac{\ln 0,01}{\ln 0,75}$$

La plus petite valeur telle p_n soit supérieur ou égal à 0,99 est ($n_0 = 17$)