

Polynésie Septembre 98 Bac ES

Un patineur participe à une compétition. Deux de ses saut l'inquiètent. Il ne réussit le premier saut que dans 95% des cas. Comme il est émotif, s'il ne réussit pas ce premier saut, il rate le deuxième 3 fois sur 10 ; sinon, si tout va bien au premier saut, il réussit le deuxième dans 90% des cas.

On notera l'événement contraire d'un événement A.

Soit R_1 l'événement : "le patineur réussit le premier saut".

Soit R_2 l'événement : "le patineur réussit le deuxième saut".

1. a : Calculez la probabilité de l'événement R_2 .

b : Calculez la probabilité de l'événement R_2 sachant que R_1 est réalisé.

c : Calculez la probabilité de l'événement R_2 sachant que R_1 n'est pas réalisé.

Déterminez la probabilité de l'événement : "le patineur réussit les deux sauts".

3. a : Calculez la probabilité de l'événement R_2 .

b : Un spectateur, arrivé en retard, voit le patineur réussir le deuxième saut.

Calculez la probabilité qu'il ait aussi réussi le premier saut.

4. Manquer le premier saut fait perdre 0,1 point, manquer le deuxième saut fait perdre 0,2 point.

Le règlement prévoit que les pénalités s'ajoutent.

Soit X la variable aléatoire donnant le total des pénalités obtenues par ce patineur lors de la compétition.

a : Déterminez la loi de probabilité de X.

b : Calculez l'espérance mathématique de X.

Quelle interprétation peut-on en faire ?

CORRECTION

1. a : D'après l'énoncé, la probabilité que le patineur réalise le premier saut est 0,95. $p(R_1) = 0,95$

b : Si il réalise le premier saut alors il réalise le deuxième saut dans 90% des cas. Donc : $p(R_2 / R_1) = 0,90$.

c : On sait que $p(\bar{A} / B) = 1 - p(A / B)$. Donc : $p(R_2 / \bar{R}_1) = 1 - p(\bar{R}_2 / \bar{R}_1) = 1 - 0,3 = 0,7$

2. L'événement "le patineur réussit les deux sauts" est " $R_1 \cap R_2$ ".

Or, $p(R_1 \cap R_2) = p(R_2 / R_1) \times p(R_1)$ donc $p(R_1 \cap R_2) = 0,90 \times 0,95 = 0,855$.

3. a : D'après la loi des probabilités totales, on a :

$$p(R_2) = p(R_1 \cap R_2) + p(\bar{R}_1 \cap R_2)$$

$$p(R_2) = p(R_1 / R_2) \times p(R_2) + p(R_2 / \bar{R}_1) \times p(\bar{R}_1)$$

$$p(R_2) = 0,855 + 0,7 \times 0,05 = 0,89.$$

b : La question revient à déterminer $p(R_1 / R_2)$. Or $p(R_1 / R_2) \times p(R_2) = p(R_1 \cap R_2)$ donc $p(R_1 / R_2) \times 0,89 = 0,855$
 $p(R_1 / R_2) \approx 0,96$

4. a : X peut prendre les valeurs : 0 , 0,1 , 0,2 ou 0,3

$$\text{Or : } p(X = 0) = p(R_1 \cap R_2) = 0,855$$

$$p(X = 0,1) = p(\bar{R}_1 \cap R_2) = p(R_2 / \bar{R}_1) \times p(\bar{R}_1) = 0,035$$

$$p(X = 0,2) = p(R_1 \cap \bar{R}_2) = p(\bar{R}_2 / R_1) \times p(R_1) = 0,095$$

$$p(X = 0,3) = p(\bar{R}_1 \cap \bar{R}_2) = p(\bar{R}_2 / \bar{R}_1) \times p(\bar{R}_1) = 0,015$$

On peut résumer ces résultats dans un tableau :

x_i	0	0,1	0,2	0,3
$p(X = x_i)$	0,855	0,035	0,095	0,015

On vérifie alors que l'on a bien $\sum_i p(X = x_i) = 1$.

b : L'espérance de X est alors : $E[X] = \sum_i x_i \times p(X = x_i) = 0,027$ après calcul.

Le patineur peut donc "espérer" perdre 0,027 point durant la compétition.