Exercice1

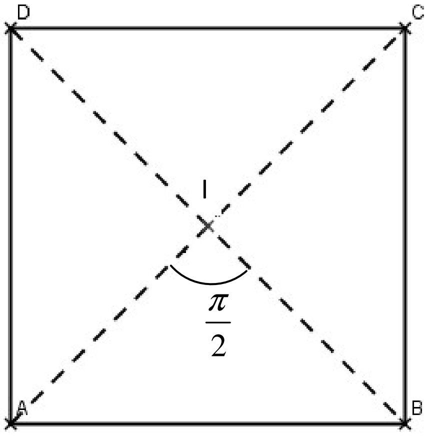
ABCD est un carré de centre I, tel que $\left(\overrightarrow{IA};\overrightarrow{IB}\right)=\frac{\pi}{2}$.

Déterminer une mesure, puis la mesure principale, de:

a) $\left(\overrightarrow{IA};\overrightarrow{ID}\right)$

b) $\left(\overrightarrow{IB};\overrightarrow{ID}\right)$

c) $\left(\overrightarrow{IB};\overrightarrow{CI}\right)$



Exercice2

Dans un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ du plan,on considère les points $A(-3\,;3)$ $B(2;5)$ $C(6\,;3)$ $D(1,1)$.

1- Placer les points dans le repère ci-contre et compléter la figure au fur et à mesure.

2- Démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

3- Déterminer les coordonnées des points I et J définis par :

$\overrightarrow{AI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ $\quad \overrightarrow{AJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

4- a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (DI).

b) Sachant que (BJ) : $x-y=-3$, justifier que les droites (DI) et (BJ) ne sont pas parallèles.

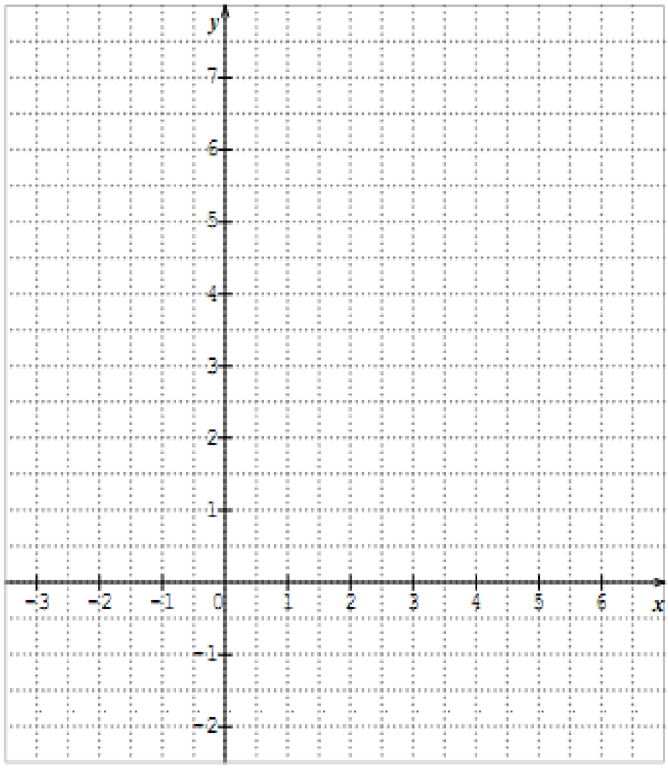
c) Calculer les coordonnées de K point d'intersection des deux droites.

5- Soit Γ l'ensemble des points $M\,(x\,;\,y)$ tels que :

$x^2+y^2-x-7\,y+6=0$

a) Montrer que Γ est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

b) Le point D appartient-il au cercle ?



c) Déterminer les coordonnées des points d'intersections de Γ avec l'axe des ordonnées.

Exercice3

Soit ABCD un parallélogramme. On pose $\mathrm{AB}=a$ et $\mathrm{AD}=b$.

1°) Démontrer que $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\bullet\overrightarrow{\mathrm{BD}}=b^2-a^2$.

Indication : On décomposera les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BD}}$.

Dans la suite, on note H et K les projetés orthogonaux respectifs des points B et D sur la droite (AC).

2°) Dans cette question, on suppose que $a=5$, $b=3$ et $\widehat{\mathrm{BAD}}=60°$.
a) En écrivant que $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}$, calculer AC^2 ; en déduire AC.
b) À l'aide du résultat de la question a), calculer HK (valeur exacte).
3°) Dans cette question, on suppose que ABCD est un rectangle.
a) Démontrer que $\mathrm{HK}=\dfrac{\left|a^2-b^2\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.
b) Démontrer que $\mathrm{HK}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AC} \Leftrightarrow a=b\sqrt{3}$ ou $b=a\sqrt{3}$.
On rédigera sous la forme d'une chaîne d'équivalences.

Exercice4

On considère un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 8 et un point A tel que $\mathrm{OA}=5$.
On considère deux points E et F variables sur le cercle $\mathcal{C}$ tels que le triangle AEF soit rectangle en A. On note M le milieu de [EF].

1°) Démontrer que l'on a : $\mathrm{OM}^2+\mathrm{AM}^2=64$.
Indication : on travaillera dans les triangles OME et AEF.

2°) En utilisant la formule de la médiane dans le triangle OAM, démontrer alors que, lorsque E et F varient sur $\mathcal{C}$, tels que AEF soit rectangle en A, le point M reste sur un cercle fixe Γ que l'on définira.

Exercice5

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\vec{i},\vec{j}\right)$.

À tout réel m on associe la courbe $\mathcal{C}_m$ d'équation cartésienne $x^2+y^2+2x-2my+5=0$.

Partie 1

Dans cette partie, on prend $m=3$.

1°) Démontrer que la courbe $\mathcal{C}_3$ est un cercle dont on déterminera le centre I et le rayon r.
On rédigera sur le modèle suivant à recopier et compléter.

Soit M un point quelconque du plan de coordonnées $(x\,;y)$.

$\mathrm{M}\in\mathcal{C}_3 \Leftrightarrow$ ……………………………………………………………

$\Leftrightarrow$ ……………………………………………………………

$\Leftrightarrow$ ……………………………………………………………

2°) Déterminer les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_3$ et la droite D d'équation $x+y=0$.
On rédigera ainsi (modèle à recopier et compléter) :
« Les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_3$ et de D sont les solutions de l'équation ……….. »

Partie 2

Dans cette partie, m est quelconque.

1°) Déterminer l'ensemble E des réels m tels que la courbe $\mathcal{C}_m$ soit un cercle.
Pour $m\in E$, préciser les coordonnées du centre Ω_m de $\mathcal{C}_m$.

2°) Déterminer l'ensemble des points Ω_m lorsque m décrit E.