

EXERCICE 1 (4 points)

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule des quatre propositions est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

1. Dans le plan complexe, on donne les points A, B et C d'affixes respectives $-2 + 3i$, $-3 - i$ et $2,08 + 1,98i$. Le triangle ABC est :

(a) : isocèle et non rectangle (b) : rectangle et non isocèle (c) : rectangle et isocèle (d) : ni rectangle ni isocèle

2. A tout nombre complexe $z \neq -2$, on associe le nombre complexe z' défini par : $z' = \frac{z - 4i}{z + 2}$.

L'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z'| = 1$ est :

(a) : un cercle de rayon 1 (b) : une droite (c) : une droite privée d'un point (d) : un cercle privé d'un point

3. Les notations sont les mêmes qu'à la question 2.

L'ensemble des points M d'affixe z tels que z' est un réel est :

(a) : un cercle (b) : une droite (c) : une droite privée d'un point (d) : un cercle privé d'un point

4. Dans le plan complexe, on donne le point D d'affixe i .

L'écriture complexe de la rotation de centre D et d'angle $-\frac{\pi}{3}$ est :

$(a) : z' = \left(\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) z - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i$	$(b) : z' = \left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) z - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i$
$(c) : z' = \left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) z - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i$	$(d) : z' = \left(\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) z + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i$

EXERCICE 2 (6 points)

Le graphique ci-dessous sera complété et remis avec la copie.

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par : $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$.

1. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0 ; 2]$. Montrer que si $x \in [1 ; 2]$ alors $f(x) \in [1 ; 2]$.

2. (u_n) et (v_n) sont deux suites définies sur $\mathbb{N}$ par :

- $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$.
- $v_0 = 2$ et pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = f(v_n)$.

a. Le graphique donné en ci-contre représente la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 2]$.

Construire sur l'axe des abscisses les trois premiers termes de chacune des suites (u_n) et (v_n) en laissant apparents tous les traits de construction.

À partir de ce graphique, que peut-on conjecturer concernant le sens de variation et la convergence des suites (u_n) et (v_n) ?

b. Montrer à l'aide d'un raisonnement par récurrence que :

- Pour tout entier naturel n , $1 \leq v_n \leq 2$.
- Pour tout entier naturel n , $v_{n+1} \leq v_n$.

On admettra que l'on peut démontrer de la même façon que pour tout entier naturel n , $1 \leq u_n \leq 2$.

Pour tout entier naturel n , $u_n \leq u_{n+1}$.

c. Montrer que pour tout entier naturel n ,

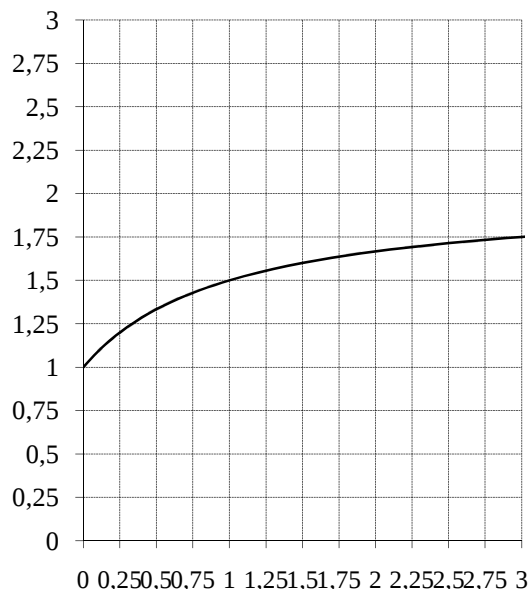
$$v_{n+1} - u_{n+1} = \frac{v_n - u_n}{(v_n + 1)(u_n + 1)}.$$

En déduire que pour tout entier naturel n ,

$$v_n - u_n \geq 0 \text{ et } v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{4} (v_n - u_n)$$

d. Montrer que pour tout entier naturel n , $v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{4} \right)^n$.

e. Montrer que les suites (u_n) et (v_n) convergent vers un même réel α . Déterminer la valeur exacte de α .



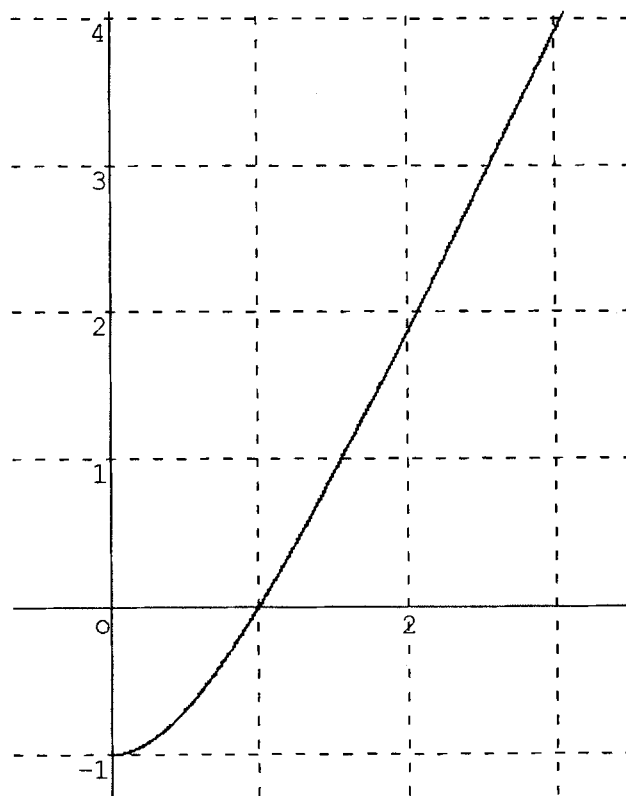
EXERCICE 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par :

$$f(x) = (x-1)(2 - e^{-x}).$$

Sa courbe représentative C est tracée dans le repère orthonormal ci-contre (unité graphique 2 cm).

1. a. Étudier la limite de f en $+\infty$.
- b. Montrer que la droite Δ d'équation $y = 2x - 2$ est asymptote à C .
- c. Étudier la position relative de C et Δ .
2. a. Calculer $f'(x)$ et montrer que :
$$f'(x) = x e^{-x} + 2(1 - e^{-x}).$$
- b. En déduire que, pour tout réel x strictement positif, $f'(x) > 0$.
- c. Préciser la valeur de $f'(0)$, puis établir le tableau de variation de f .
3. À l'aide d'une intégration par parties, calculer l'aire, exprimée en cm^2 , du domaine plan limité par la courbe C , la droite Δ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$.
4. a. Déterminer le point A de C où la tangente à C est parallèle à Δ .
- b. Calculer la distance, exprimée en cm, du point A à la droite Δ .



EXERCICE 4 (5 points)

On dispose d'un dé cubique équilibré dont une face porte le numéro 1, deux faces portent le numéro 2 et trois faces portent le numéro 3.

On dispose également d'une urne contenant dix boules indiscernables au toucher, portant les lettres L, O, G, A, R, I, T, H, M, E (soit quatre voyelles et six consonnes).

Un joueur fait une partie en deux étapes

Première étape : il jette le dé et note le numéro obtenu. Deuxième étape

- si le dé indique 1, il tire au hasard une boule de l'urne. Il gagne la partie si cette boule porte une voyelle et il perd dans le cas contraire.
- si le dé indique 2, il tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne. Il gagne la partie si chacune de ces deux boules porte une voyelle et il perd dans le cas contraire.
- si le dé indique 3, il tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne. Il gagne la partie si chacune de ces trois boules porte une voyelle et il perd dans le cas contraire.

À la fin de chaque partie, il remet dans l'urne la ou les boules tirée(s).

On définit les événements suivants :

D_1 : « le dé indique 1 »

D_2 : « le dé indique 2 »

D_3 : « le dé indique 3 »

G : « la partie est gagnée »

A et B étant deux événements tels que $p(A) \neq 0$, on note $p_A(B)$ la probabilité de B sachant que A est réalisé.

1. a. Déterminer les probabilités $p_{D_1}(G)$, $p_{D_2}(G)$ et $p_{D_3}(G)$.
- b. Montrer alors que $p(G) = \frac{23}{180}$.
2. Un joueur a gagné la partie. Calculer la probabilité qu'il ait obtenu le numéro 1 avec le dé.
3. Un joueur fait six parties. Calculer la probabilité qu'il en gagne exactement deux et en donner une valeur arrondie à 10^{-2} près.
4. Quel nombre minimal de parties un joueur doit-il faire pour que la probabilité d'en gagner au moins une soit supérieure à 0,9 ?

CORRECTION

EXERCICE 1 (4 points)

1. Nature du triangle ABC :

ABC semble rectangle isocèle en A

$$AC^2 = |z_C - z_A|^2 = |4,08 - 1,02i|^2 = 4,08^2 + 1,02^2$$

$$AC^2 = 17,6868$$

$$AB^2 = |z_B - z_A|^2 = |-1 - 4i|^2 = (-1)^2 + (-4)^2 = 17$$

$AC \neq AB$ donc ABC n'est pas isocèle en A $\vee$

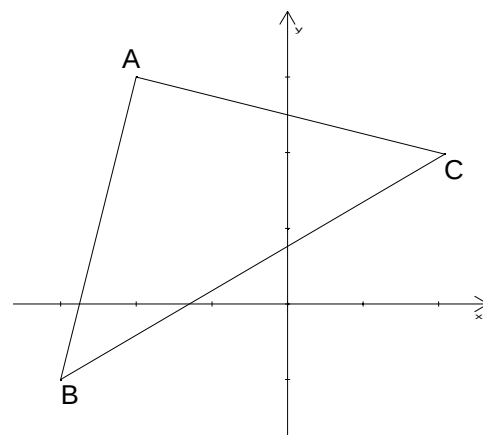
$$BC^2 = |z_C - z_B|^2 = |5,08 + 2,98i|^2 = 5,08^2 + 2,98^2$$

$$BC^2 = 34,6868$$

$AC^2 + AB^2 = BC^2$ donc ABC est rectangle en A

On pouvait aussi évaluer $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ et montrer que c'est un imaginaire pur

de plus $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} \neq i$ et $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} \neq -i$ donc ABC est rectangle en A et non isocèle.



2. Soit A le point d'affixe 4 i et B le point d'affixe -2, $z' = \frac{z_M - z_A}{z_M - z_B}$ donc $z \neq z_B$

$|z'| = 1 \Leftrightarrow |z_M - z_A| = |z_M - z_B| \Leftrightarrow MA = MB \Leftrightarrow M$ décrit la médiatrice de [AB]

B n'appartient pas à la médiatrice donc on n'a pas à enlever B de la droite donc (b).

3. z' réel $\Leftrightarrow z' = 0$ ou $\arg z' = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$z' = 0 \Leftrightarrow z = z_A \Leftrightarrow M = A$$

ou

$$\arg z' = k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \arg \frac{z_M - z_A}{z_M - z_B} = k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow (\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MA}) = k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow M \neq A \text{ et } M \neq B \text{ et } M, A, B \text{ alignés}$$

L'ensemble des points M d'affixe z tels que z' est un réel est une droite privée du point B. (c)

$$4. \quad z' - z_D = e^{i\frac{-\pi}{3}} (z - z_D) \Leftrightarrow z' - i = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) (z - i) \Leftrightarrow z' = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) z + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \text{ donc (d) est vraie}$$

EXERCICE 2 (6 points)

1. f est définie dérivable sur $[0; 2]$

$$f'(x) = \frac{2(x+1) - (2x+1)}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

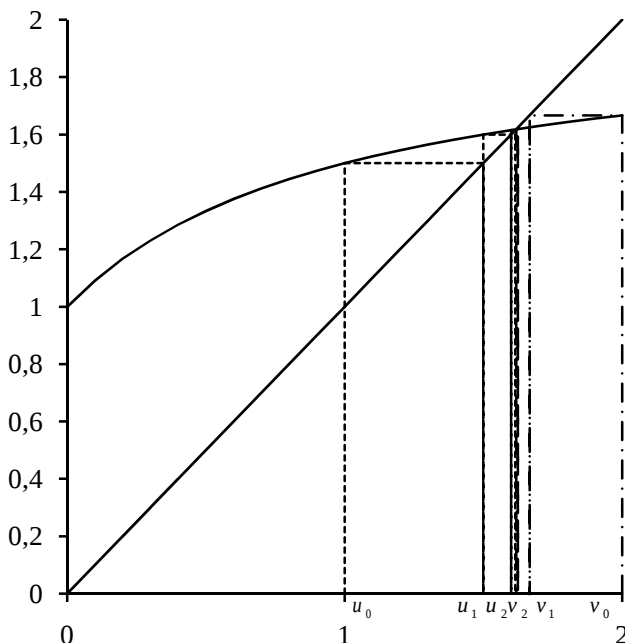
$f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur $[0; 2]$.

f est strictement croissante sur $[0; 2]$ donc pour tout x de $[1; 2]$: $f(1) \leq f(x) \leq f(2)$

donc $\frac{3}{2} \leq f(x) \leq \frac{5}{3}$ or $1 \leq \frac{3}{2}$ et $\frac{5}{3} \leq 2$ donc $1 \leq f(x) \leq 2$.

2.

a.



Apparemment (u_n) est croissante et converge vers une valeur α abscisse du point d'intersection de la courbe de f et de la droite d'équation $y = x$.

Apparemment (v_n) est décroissante et converge vers une valeur α abscisse du point d'intersection de la courbe de f et de la droite d'équation $y = x$.

b. $1 \leq v_0 \leq 2$ donc la propriété est vraie pour $n = 0$

Montrons que pour tout n de $\mathbb{N}$, si $1 \leq v_n \leq 2$ alors $1 \leq v_{n+1} \leq 2$.

si $x \in [1 ; 2]$ alors $f(x) \in [1 ; 2]$ donc puisque $1 \leq v_n \leq 2$ alors $f(v_n) \in [1 ; 2]$ donc $v_{n+1} \in [1 ; 2]$.

La propriété est vraie pour $n + 1$ donc est vraie pour tout n de $\mathbb{N}$.

$$v_1 = \frac{5}{3} \text{ donc } v_1 \leq v_0.$$

Montrons que pour tout n de $\mathbb{N}$, si $v_{n+1} \leq v_n$ alors $v_{n+2} \leq v_{n+1}$

f est croissante sur $[1 ; 2]$ donc puisque $v_{n+1} \leq v_n$ alors $f(v_{n+1}) \leq f(v_n)$ donc $v_{n+2} \leq v_{n+1}$

La propriété est vraie pour $n + 1$ donc est vraie pour tout n de $\mathbb{N}$.

$$c. \quad v_{n+1} - u_{n+1} = \frac{2v_n + 1}{v_n + 1} - \frac{2u_n + 1}{u_n + 1} = \frac{(2v_n + 1)(u_n + 1) - (v_n + 1)(2u_n + 1)}{(v_n + 1)(u_n + 1)} = \frac{v_n - u_n}{(v_n + 1)(u_n + 1)}.$$

$u_0 = 1$ et $v_0 = 2$ donc $u_0 \leq v_0$.

Montrons que pour tout n de $\mathbb{N}$, si $u_n \leq v_n$ alors $u_{n+1} \leq v_{n+1}$

$$v_{n+1} - u_{n+1} = \frac{v_n - u_n}{(v_n + 1)(u_n + 1)} \text{ or } u_n \leq v_n \text{ et } v_n \geq 1 \text{ et } u_n \geq 1 \text{ donc } \frac{v_n - u_n}{(v_n + 1)(u_n + 1)} \geq 0 \text{ donc } v_{n+1} - u_{n+1} \geq 0$$

La propriété est vraie pour $n + 1$ donc est vraie pour tout n de $\mathbb{N}$.

$$v_n \geq 1 \text{ et } u_n \geq 1 \text{ donc } (v_n + 1) \geq 2 \text{ et } (u_n + 1) \geq 2 \text{ donc } (v_n + 1)(u_n + 1) \geq 4 \text{ donc } \frac{1}{(v_n + 1)(u_n + 1)} \leq \frac{1}{4}$$

$$v_n - u_n \geq 0 \text{ donc } \frac{v_n - u_n}{(v_n + 1)(u_n + 1)} \leq \frac{1}{4}(v_n - u_n) \text{ soit } v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{4}(v_n - u_n)$$

$$d. \quad u_0 = 1 \text{ et } v_0 = 2 \text{ donc } v_0 - u_0 = 1 \text{ donc } v_0 - u_0 \leq \left(\frac{1}{4}\right)^0$$

$$\text{Montrons que pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}, \text{ si } v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n \text{ alors } v_{n+1} - u_{n+1} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}.$$

$$v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{4}(v_n - u_n) \text{ et } v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n \text{ donc } v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{4}(v_n - u_n) \text{ et } \frac{1}{4}(v_n - u_n) \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$$

$$\text{donc } v_{n+1} - u_{n+1} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}.$$

La propriété est vraie pour $n + 1$ donc est vraie pour tout n de $\mathbb{N}$.

$$e. \quad \text{Pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}, 0 \leq v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n \text{ or } -1 < \frac{1}{4} < 1 \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = 0 \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n - u_n = 0$$

La suite (u_n) est croissante, majorée par 2 donc converge vers un réel L , $u_n \geq 1$ donc $1 \leq L \leq 2$

La suite (v_n) est décroissante, minorée par 1 donc converge vers un réel L' , $v_n \leq 2$ donc $1 \leq L' \leq 2$

$$\text{Pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}, 0 \leq v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

$$-1 < \frac{1}{4} < 1 \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = 0 \text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n - u_n = 0 \text{ donc } L = L' = \alpha$$

$u_{n+1} = f(u_n)$, (u_n) converge vers α , pour tout n de $\mathbb{N}$, $1 \leq u_n \leq 2$ et f est continue sur $[0 ; 2]$ donc α est solution de l'équation $f(x) = x$

soit de $2x + 1 = x(x + 1)$ donc $x^2 - x - 1 = 0$

$$\Delta = 5 \text{ donc } x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$1 \leq \alpha \leq 2 \text{ donc } \alpha = x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

EXERCICE 3 (5 points)

1. a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ et $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$

donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 - e^{-x} = 2$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 = +\infty$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

b. $f(x) - (2x - 2) = f(x) - 2(x - 1) = (x - 1)[2 - e^{-x} - 2] \Leftrightarrow f(x) - (2x - 2) = -(x - 1)e^{-x} \Leftrightarrow f(x) - (2x - 2) = -xe^{-x} + e^{-x}$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (2x - 2) = 0$

La droite Δ d'équation $y = 2x - 2$ est asymptote à C.

c. $f(x) - (2x - 2) = -(x - 1)e^{-x}$

La fonction exponentielle est positive donc $f(x) - (2x - 2)$ a le même signe que $-(x - 1)$ donc :

si $x > 1$, $f(x) - (2x - 2) < 0$ donc la courbe est en dessous de l'asymptote sur $]1 ; +\infty[$

si $0 \leq x < 1$, $f(x) - (2x - 2) > 0$ donc la courbe est au dessus de l'asymptote sur $[0 ; 1[$

si $x = 1$, $f(x) - (2x - 2) = 0$ donc la courbe coupe l'asymptote au point d'abscisse 1.

2. a. $f(x) = (x - 1)(2 - e^{-x})$.

soit $u(x) = x - 1$ et $v(x) = 2 - e^{-x}$

Les fonction u et v sont dérivables sur $[0 ; +\infty[$ donc leur produit f aussi

$f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) \Leftrightarrow f'(x) = 1(2 - e^{-x}) + (x - 1)[-(-e^{-x})] \Leftrightarrow f'(x) = 2 - e^{-x} + e^{-x}(x - 1) = 2 - e^{-x} + xe^{-x} - e^{-x}$

$f'(x) = 2 - 2e^{-x} + xe^{-x} \Leftrightarrow f'(x) = xe^{-x} + 2(1 - e^{-x})$.

b. $x > 0$ donc $-x < 0$, la fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ donc $e^{-x} < 1$.

donc $xe^{-x} > 0$ et $2(1 - e^{-x}) > 0$ donc leur somme $f'(x) > 0$

c. $f'(0) = 0e^{-0} + 2(1 - e^{-0}) = 0$

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	0	+
f	-1	$+\infty$

3. À l'aide d'une intégration par parties, calculer l'aire, exprimée en cm^2 , du domaine plan limité par la courbe C, la droite Δ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$.

la courbe est en dessous de l'asymptote sur $]1 ; +\infty[$ donc sur $[1 ; 3]$, donc $A = \int_1^3 (2 - x) dx - \int_1^3 f(x) dx$

$A = \int_1^3 (x - 1)e^{-x} dx$

$v(x) = x - 1 \quad v'(x) = 1$
 $u'(x) = e^{-x} \quad u(x) = -e^{-x}$

$A = \left[-(x - 1)e^{-x} \right]_1^3 - \int_1^3 -e^{-x} dx$

$A = \left[-(x - 1)e^{-x} \right]_1^3 - \left[e^{-x} \right]_1^3$

$A = -2e^{-3} - (e^{-3} - e^{-1})$

$A = e^{-1} - 3e^{-3}$

Le repère est orthonormé d'unité 2 cm donc l'unité d'aire est 4 cm^2 donc $A = 4(e^{-1} - 3e^{-3}) \text{ cm}^2$

4. a. Si la tangente en A est parallèle à Δ , alors les coefficient directeur des deux droites sont égaux donc $f'(x) = 2$

$f'(x) = 2 - 2e^{-x} + xe^{-x}$ donc $-2e^{-x} + xe^{-x} = 0$ soit $(-2 + x)e^{-x} = 0$

La fonction exponentielle est strictement positive donc $x = 2$ donc A(2 ; f(2)). A est le point de coordonnées (2 ; $2 - e^{-2}$)

b. Δ est la droite d'équation $y = 2x - 2$ soit $y - 2x + 2 = 0$

Si Δ est la droite d'équation $ax + by + c = 0$ alors : $d(A ; \Delta) = \frac{|ax_A + by_B + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ en unités de longueur

ici $x_A = 2$, $y_A = 2 - e^{-2}$, $a = -2$, $b = 1$ et $c = 2$ donc $d(A ; \Delta) = \frac{|2 - e^{-2} - 2 \times 2 + 2|}{\sqrt{1 + (-2)^2}} = \frac{e^{-2}}{\sqrt{5}}$ unités de longueur soit

$d(A ; \Delta) = \frac{e^{-2}}{\sqrt{5}} \times 2 \text{ cm}.$

EXERCICE 4 (5 points)

1. a. Si le joueur a amené le 1, il doit choisir une boule (10 cas possibles), il gagne à condition de tirer une boule portant une voyelle

(4 choix favorables) donc $p_{D_1}(G) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Si le joueur a amené le 2, il doit choisir deux boules simultanément parmi les 10 ($\binom{10}{2} = 45$ cas possibles)

il gagne à condition de tirer deux boules portant une voyelle ($\binom{4}{2} = 6$ choix favorables) donc $p_{D_2}(G) = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$

Si le joueur a amené le 3, il doit choisir trois boules simultanément parmi les 10 ($\binom{10}{3} = 120$ cas possibles)

Il gagne à condition de tirer trois boules portant une voyelle ($\binom{4}{3} = 4$ choix favorables) donc $p_{D_3}(G) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$

b. Pour savoir comment le joueur peut gagner, il faut savoir quel numéro il a d'abord tiré

donc $p(G) = p(G \cap D_1) + p(G \cap D_2) + p(G \cap D_3)$

$$p(G \cap D_1) = p_{D_1}(G) \times p(D_1) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{15}$$

$$p(G \cap D_2) = p_{D_2}(G) \times p(D_2) = \frac{2}{15} \times \frac{2}{6} = \frac{2}{45}$$

$$p(G \cap D_3) = p_{D_3}(G) \times p(D_3) = \frac{1}{30} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{60}$$

$$\text{donc } p(G) = \frac{1}{15} + \frac{2}{45} + \frac{1}{60} = \frac{23}{180}$$

$$2. \quad p_G(D_1) = \frac{p(G \cap D_1)}{p(G)} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{23}{180}} = \frac{1}{15} \times \frac{180}{23} = \frac{12}{23}$$

3. On a une succession de 6 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, chacune d'elle a deux issues :

le joueur gagne avec une probabilité $p = \frac{23}{180}$

le joueur ne gagne pas avec une probabilité $q = 1 - p = \frac{157}{180}$

donc la variable aléatoire X qui compte le nombre de parties gagnées suit une loi binomiale de paramètres $n = 6$ et $p = \frac{23}{180}$

$$p(X = 2) = \binom{6}{2} \left(\frac{23}{180}\right)^2 \left(\frac{157}{180}\right)^4 \text{ soit environ } 0,14.$$

4. Pour les mêmes raisons que précédemment, la variable aléatoire X qui compte le nombre de parties gagnées suit une loi

binomiale de paramètres n et $p = \frac{23}{180}$ or $p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0)$ donc $p(X \geq 1) = 1 - \left(\frac{157}{180}\right)^n$

on cherche n tel que $1 - \left(\frac{157}{180}\right)^n > 0,9$ donc $1 - 0,9 > \left(\frac{157}{180}\right)^n$

$$\ln 0,1 > \ln \left(\frac{157}{180}\right)^n \text{ soit } \ln 0,1 > n \ln \left(\frac{157}{180}\right) \text{ or } \ln \frac{157}{180} < 0 \text{ donc } n > \frac{\ln 0,1}{\ln \left(\frac{157}{180}\right)}$$

$$17 > \frac{\ln 0,1}{\ln \left(\frac{157}{180}\right)} > 16 \text{ donc } n \geq 17.$$

Le nombre minimal de parties qu'un joueur doit faire pour que la probabilité d'en gagner au moins une soit supérieure à 0,9, est 17.